

CRITICA ALLA TEORIA DI EINSTEIN DELLA RELATIVITA' SPECIALE

di Leonardo Angeloni
2 Dicembre 2009 – (Revisione Agosto 2014)

INDICE

Pag. 2	cap. 1-Introduzione.
Pag. 6	cap. 2-Teoria della relatività ristretta.
Pag.10	cap. 3-La velocità della luce.
Pag.14	cap. 4-Le trasformazioni di Lorentz.
Pag.18	cap. 5-L'effetto Doppler acustico.
Pag.25	cap. 6-Ottica non relativistica.
Pag.28	cap. 7-Energia cinetica.
Pag.30	cap. 8-La formula di Einstein dell'energia.
Pag.36	cap. 9-Il dualismo onda-particella.
Pag.41	cap.10-Conclusioni.

1-Introduzione

Da oltre cento anni la teoria della relatività è stata presentata ed è stata considerata come una svolta epocale nell'ambito della conoscenza della natura. Essa è giunta dopo circa tre secoli di successi in campo scientifico iniziati con le osservazioni di Galileo nell'ambito della meccanica e giunti alle equazioni della elettrodinamica riunificate nella formulazione di Maxwell.

Questa teoria si pone intenzionalmente come elemento di sintesi tra queste due grandi branche della fisica con l'esplicito intento di salvaguardarne i fondamenti in una visione unificata e coerente.

In realtà, come dovrà ammettere tra le righe il suo stesso autore, essa provoca un profondo stravolgimento delle basi fondamentali della meccanica e della stessa elettrodinamica tali da compromettere i principi stessi del metodo scientifico posti da Cartesio alla base del suo razionalismo ed adottati in pratica da Galileo e dagli altri scienziati nell'ambito delle loro osservazioni dei fenomeni naturali.

Il "Discorso sul metodo" di Cartesio apre infatti l'epoca moderna in cui la ragione stabilisce le condizioni che debbono essere soddisfatte per raggiungere la conoscenza vera. Questa serie di condizioni rivestono un carattere pregiudiziale ad ogni tipo di conoscenza perché servono come paradigmi fondamentali per determinare la validità di ogni conoscenza all'interno di un quadro omogeneo di cui esse costituiscono la cornice. Cartesio non nega che vi possano essere anche degli altri metodi ma che la definizione del metodo è pregiudiziale. Cartesio quindi afferma il primato della Ragione che egli dice di essere uguale per tutti gli uomini ma che non tutti la utilizzano nel modo corretto, e si propone di coniugare la filosofia che si occupa in modo non rigoroso di cose reali con la matematica che si occupa in modo rigoroso di cose non reali.

Rivendicando al "Dubbio" il diritto di mettere in discussione ogni affermazione dogmatica, tipica della filosofia scolastica, non si abbandona allo scetticismo ma delinea il percorso verso la vera conoscenza attraverso i famosi quattro punti che costituiscono i pilastri su cui si basa la scienza moderna e contemporanea e cioè: 1) L'Evidenza 2) l'Analisi 3) la Sintesi 4) l'Enumerazione.

In termini attuali essi corrispondono 1) alla ricerca sperimentale in cui i fenomeni naturali sono misurati e caratterizzati in base all'evidenza ed alla riproducibilità, 2) alla suddivisione del problema in problemi più semplici cercando di stabilire le condizioni al contorno e la natura del fenomeno in se stesso applicando un metodo riduzionistico che non significa ignorare la complessità ma anzi evidenziarla attraverso l'analisi e lo studio delle singole componenti del fenomeno stesso, 3) ricomporre il fenomeno analizzato attraverso un processo di sintesi di natura teorica che metta in evidenza i processi di correlazione che determinano la complessità 4) l'enumerazione che non è altro che la conferma sperimentale della validità della struttura teorica che deve sempre ricondurre la Sintesi alla evidenza sperimentale misurata nel primo stadio della conoscenza senza entrare in contraddizione con altri fenomeni naturali.

Questo breve richiamo metodologico sulla scienza che ai più potrebbe sembrare inutile ed ai ricercatori addirittura banale si è reso necessario perché, come vedremo, anche a colui che è considerato da molti come il più grande scienziato del XX secolo è capitato di porsi al di fuori di questo quadro conoscitivo con delle conseguenze molto gravi.

Nessuno vuole mettere in dubbio le capacità ed il genio di Albert Einstein, pur tuttavia il rispetto per le sue scoperte ed il rispetto per la persona non possono esimerci dall'esercitare "il Dubbio" cartesiano e dal mettere in evidenza suoi eventuali errori.

Come prima accennato, la teoria della relatività ristretta, che vede la luce nel 1905 si pone quindi come compito specifico quello di coniugare il principio di relatività galileiano (in senso ristretto) secondo cui le leggi che governano un fenomeno fisico, ad esempio il moto di un corpo, sono indipendenti dal sistema di riferimento utilizzato, e la costanza della velocità della luce che è una diretta conseguenza delle leggi dell'elettrodinamica.

La teoria di Einstein, attraverso le trasformazioni di Lorentz, sembra poter superare questa discrepanza, ma all'inizio del lavoro sulla relatività generale iniziano i problemi:

(Fundamentals of general relativity.pdf)

A. FUNDAMENTAL CONSIDERATIONS ON THE POSTULATE OF RELATIVITY

§ 1. Observations on the Special Theory of Relativity

THE special theory of relativity is based on the following postulate, which is also satisfied by the mechanics of Galileo and Newton.

If a system of co-ordinates K is chosen so that, in relation to it, physical laws hold good in their simplest form, the *same* laws also hold good in relation to any other system of co-ordinates K' moving in uniform translation relatively to K. This postulate we call the "special principle of relativity." The word "special" is meant to intimate that the principle is restricted to the case when K' has a motion of uniform translation relatively to K, but that the equivalence of K' and K does not extend to the case of non-uniform motion of K' relatively to K.

Thus the special theory of relativity does not depart from classical mechanics through the postulate of relativity, but through the postulate of the constancy of the velocity of light *in vacuo*, from which, in combination with the special principle of relativity, there follow, in the well-known way, the relativity of simultaneity, the Lorentzian transformation, and the related laws for the behaviour of moving bodies and clocks.

(Fundamentals pag.147)

ma il principio fondamentale della teoria ristretta della relatività, cioè la costanza della velocità della luce, che è alla base della teoria generale dovrà essere abbandonato come ammette lo stesso Einstein:

It will be seen from these reflexions that in pursuing the general theory of relativity we shall be led to a theory of gravitation, since we are able to "produce" a gravitational field merely by changing the system of co-ordinates. It will also be obvious that the principle of the constancy of the velocity of light *in vacuo* must be modified, since we easily

recognize that the path of a ray of light with respect to K' must in general be curvilinear, if with respect to K light is propagated in a straight line with a definite constant velocity.

(Fundamentals pag.150)

Quindi la teoria generale della relatività contraddice la teoria della relatività ristretta e viene meno al fine fondamentale della conoscenza scientifica che è quello di stabilire una realtà oggettiva

indipendente dalle percezioni dell'osservatore e dal suo sistema di coordinate. Einstein si costruisce una fisica ed una matematica strettamente legata al suo specifico sistema di riferimento introducendo il principio della covarianza delle coordinate di base attraverso un processo diametralmente opposto a quello seguito dalla ricerca scientifica delineato da Cartesio e Galileo che è volto all'analisi del fenomeno per stabilirne gli elementi di invarianza che ci permettano di formulare le leggi naturali oggettive attraverso la correlazione dei diversi sistemi di riferimento.

Einstein fallisce anche nel perseguire un altro degli scopi principali della ricerca scientifica, e cioè quello di formulare le leggi della natura nel modo più semplice possibile e senza mai contraddire la logica come egli stesso ammette nella seguente citazione:

§ 4. The Relation of the Four Co-ordinates to Measurement in Space and Time

It is not my purpose in this discussion to represent the general theory of relativity as a system that is as simple and logical as possible, and with the minimum number of axioms; but my main object is to develop this theory in such a way that the reader will feel that the path we have entered upon is psychologically the natural one, and that the underlying assumptions will seem to have the highest possible degree of security. With this aim in view let it now be granted that:—

For infinitely small four-dimensional regions the theory of relativity in the restricted sense is appropriate, if the co-ordinates are suitably chosen.

(Fundamentals pag.154)

La teoria di Einstein quindi rifiuta il riduzionismo metodologico di Cartesio e Galileo per affidarsi ad un olismo a priori completamente sganciato dal mondo fisico e dalla logica aristotelica.

L'evidenza di Cartesio e le misure sperimentali di Galileo vengono completamente ignorate e tutta la teoria si basa su esperimenti mentali. L'analisi, cioè la suddivisione del problema fisico in elementi semplici attraverso la ricerca delle invarianze è sostituita dalla determinazione delle covarianze, la sintesi è effettuata senza nessuna attenzione alle contraddizioni logiche e l'enumerazione, cioè la convalida sperimentale della teoria è completamente disattesa in virtù della ammissione che la velocità della luce rappresenta un valore limite non raggiungibile (e neanche avvicinabile) da strumenti di misura macroscopici e tanto meno da osservatori umani.

La teoria della relatività rimane quindi una teoria non falsificabile (cioè non dimostrabile) perché è costruita su di un campo non accessibile.

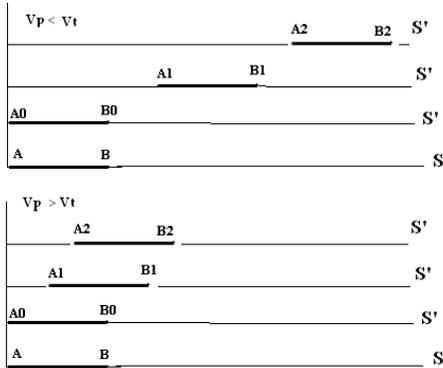
Il lavoro seguente si limiterà ad esaminare la teoria della relatività ristretta per metterne in evidenza la struttura costitutiva, le conseguenze e le contraddizioni che ne derivano. Coscienti delle difficoltà inerenti all'esercizio della critica ad una teoria accettata (aprioristicamente) dalla quasi totalità della comunità scientifica per oltre un secolo, procederemo ad una descrizione dettagliata, e probabilmente pleonastica, dei passaggi matematici della trattazione proprio per non cedere alla tentazione di semplificazioni o di approssimazioni causa molte volte di fraintendimenti.

Coscienti altresì che il compito della ricerca rimane pur sempre l'accrescimento della conoscenza non limitandosi al processo di critica, a volte necessario e mai gratificante, proporrò una trattazione

alternativa che pensiamo sia in grado di dare una risposta a quei problemi che Einstein ha generosamente affrontato .

2-Teoria della relatività ristretta

Trattazione classica del moto



Prendiamo in considerazione l'esempio di Einstein del treno .

Ammettiamo di essere alla presenza di un tratto sufficientemente lungo di ferrovia in cui su due binari rettilinei e paralleli si trovano due treni di uguale peso e di uguale lunghezza $R=A-B$ di cui uno, **di colore rosso** è fermo alla stazione che si trova all'inizio di questo tratto di linea ferroviaria e che potremo collegare ad un sistema di riferimento in quiete, che chiamiamo **S** ,e che corrisponde con il sistema di riferimento della banchina ferroviaria, mentre un secondo treno, **di colore verde**, si trova in moto

uniforme con una velocità v_t sul secondo binario ed a cui è collegato un sistema di riferimento che chiameremo **S'** .

Ammettiamo che su entrambi i treni e sulla linea ferroviaria siano collocati dei regoli indicatori in modo tale che un qualsiasi passeggero possa identificare la sua posizione rispetto al sistema di riferimento collegato con ciascun treno e rispetto a quello collegato con la banchina ferroviaria.

Collochiamo appaiati in coda al **treno verde** (mobile), un osservatore ed un passeggero che identifichiamo entrambi con un contrassegno **verde** , ed analogamente per il treno fermo, identificati questa volta con il colore **rosso**. Ammettiamo che i quattro individui siano tutti di uguale peso e muniti di taccuino e di orologi di precisione perfettamente sincronizzati.

Nel momento in cui il treno verde si trova in coincidenza del treno rosso che è fermo alla stazione, cioè quando il punto A della figura corrisponde con il punto A_0 i due passeggeri alla coda di ciascun treno cominciano a muoversi di moto rettilineo uniforme con velocità v_p . Il nostro scopo è quello di determinare la legge del moto dei due passeggeri e dei treni nei due sistemi di riferimento (**S** ed **S'**) e la relazione tra i due sistemi stessi.

Consideriamo separatamente i dati registrati dall'osservatore rosso, che è sul treno fermo solidale con la banchina ferroviaria e quelli raccolti dall'osservatore verde che si trova sul treno in movimento.

a) Moto esaminato dall'**osservatore rosso** nel sistema **S** in quiete rispetto alla banchina

L'**osservatore rosso** registra il tempo t_0 in cui l'**osservatore verde** ed il **passeggero verde** in coda al treno che transita sul binario parallelo sono con lui appaiati nel punto A, cioè all'origine del sistema di assi cartesiani del treno fermo e della banchina.

In quell'istante il **passeggero rosso** ed il **passeggero verde** iniziano il loro cammino e procedendo entrambi alla stessa velocità v_p raggiungeranno contemporaneamente la testa dei loro rispettivi treni.

A quel punto l'osservatore rosso registra il tempo t_{B1} e le posizioni A1 e B1 dell'osservatore e del passeggero verdi nel sistema di riferimento S solidale con il treno rosso e con la banchina ferroviaria. La velocità dei due passeggeri v_p si determina dividendo lo spazio R, che corrisponde alla lunghezza del treno, percorso dai due passeggeri nel rispettivo sistema di riferimento per il tempo t trascorso tra il momento della partenza $t_{A0}=t_A$ e quello dell'arrivo t_{B1} .

$$v_p = R/t$$

La velocità del treno v_t si determina dividendo lo spazio percorso nel sistema di riferimento S dall'osservatore verde seduto alla coda del treno per il tempo trascorso t.

$$v_t = R_{(A1-A0)}/t$$

Poiché la rilevazione delle distanze $R_{(A1-A0)}$, $R_{(B1-A0)}$, $R_{(A-B)}$ avviene al tempo t che è sempre lo stesso ne conseguenza che la velocità del passeggero verde rispetto al sistema S sarà data dalla somma v_t+v_p quindi

$$v_{(tot)} = v_t+v_p.$$

Possiamo quindi trovare la relazione tra le distanze percorse dai due passeggeri nei due sistemi di riferimento, infatti la distanza percorsa dal passeggero verde sarà

$$R_{(tot)} = t * v_{(tot)} = t(v_t+v_p).$$

Possiamo scrivere $t = R/ v_p$ per cui

$$R_{(tot)} = R(v_t + v_p)/ v_p = R(1+ v_t/ v_p).$$

Questa è la relazione che collega le distanze nei due sistemi di riferimento in moto tra di loro di un moto traslazionale rettilineo uniforme. Se il passeggero verde dalla testa del treno in movimento ritorna in coda con la stessa velocità di spostamento v_p rispetto al sistema S', la sua velocità totale rispetto ad S sarà $(v_t - v_p)$ per cui arriverà al punto A2 avendo percorso una distanza totale

$$R_{A2B1} = t(v_t - v_p) = (R/ v_p)(v_t - v_p) = R(v_t - v_p)/ v_p = - R(v_p - v_t)/ v_p = - R(1 - v_t/ v_p).$$

Come si può vedere le due formule sono perfettamente equivalenti e si possono esprimere con una unica notazione se consideriamo il fatto che nello spostamento del passeggero dalla coda alla testa del treno, la sua velocità è positiva e concorde con quella del treno mentre nello spostamento del passeggero dalla testa del treno alla sua coda la sua velocità è negativa e discorde con quella del treno stesso.

Possiamo quindi scrivere che nel sistema di riferimento S la distanza percorsa dal passeggero sul treno in movimento è data da

$$R'_{BA} = R \alpha \quad \text{con } \alpha = (1 \pm v_t / v_p).$$

In cui R è la lunghezza del treno mentre R'_{BA} è la lunghezza del treno più la distanza percorsa dal passeggero. Per semplicità espositiva manteniamo separati il caso in cui gli spostamenti del treno e dei passeggeri sono concordi in cui possiamo scrivere

$$R'_{BA} = R \alpha_+ \quad \text{con } \alpha_+ = (1 + v_t / v_p).$$

da quello in cui essi sono discordi in cui abbiamo

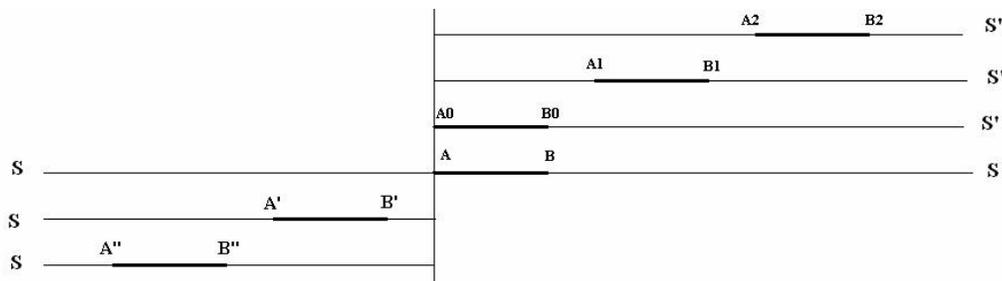
$$R'_{BA} = R \alpha^- \quad \text{con } \alpha^- = (1 - v_t/v_p).$$

Nella figura precedente (fig.1) sono esposti i due casi dove la velocità del passeggero v_p è minore o maggiore di quella del treno v_t .

$$\begin{aligned} x_{BA} &= x' \alpha^+ \quad \text{con } \alpha^+ = (1 + v_t/v_p). \quad \text{quando } v_p \text{ è positiva (eq. 1)} \\ x_{BA} &= -x' \alpha^- \quad \text{con } \alpha^- = (1 - v_t/v_p). \quad \text{quando } v_p \text{ è negativa (eq. 2)} \end{aligned}$$

b) Moto esaminato dall'osservatore verde nel sistema S' in moto rispetto alla banchina

Prendiamo ora in considerazione lo stesso processo visto dall'osservatore verde, solidale con il treno in movimento, cioè collocato alla coda del treno che viaggia ed osserviamo come si scrivono le equazioni nel suo sistema di riferimento S' .



Il viaggiatore sul treno mobile raggiunge la testa del treno dopo un tempo $t'=R/v_p$. Nel frattempo l'osservatore verde in A_0 vede il treno rosso in S allontanarsi alla velocità $-v_t$ ed il viaggiatore rosso in esso allontanarsi ad una velocità $-v_t + v_p$ pertanto lo spazio percorso dal viaggiatore rosso misurato dal sistema S' sarà dato da

$$\begin{aligned} R'_{AB'} &= t'(-v_t + v_p) = (R/v_p)(-v_t + v_p) = -R(1 - v_t/v_p) = \\ &= -R \alpha^- \quad \text{con } \alpha^- = (1 - v_t/v_p). \end{aligned}$$

Nel tragitto che va da B'' ad A'' la velocità del treno rosso rimane negativa mentre anche la velocità del passeggero rosso diventa negativa, per cui avremo che il tempo rimane $t = R/v_p$ mentre la velocità totale sarà $-(v_t + v_p)$. Per cui

$$R'_{A''B''} = - (R/v_p)(v_t + v_p) = -R \alpha_+ .$$

Anche in questo caso, cioè per il moto osservato dal sistema S' , possiamo generalizzare e dire che la coordinata x' (nel sistema di riferimento S') del passeggero rosso è data da

$$x' = x \alpha^- \quad \text{con } \alpha^- = (1 - v_t/v_p) \quad (\text{eq. 3})$$

quando v_t e v_p sono di segno contrario cioè il treno rosso sembra allontanarsi dall'osservatore verde ed il passeggero rosso sembra avvicinarsi

$$x' = -x \alpha^+ \quad \text{con } \alpha^+ = (1 + v_t/v_p) \quad (\text{eq. 4})$$

quando v_t e v_p sono concordi cioè sia il passeggero che l'osservatore rosso sembrano allontanarsi dall'osservatore verde

L'esempio che abbiamo fatto mostra che la meccanica classica adotta in pieno il metodo riduzionistico introdotto da Cartesio e da Galileo nella ricerca scientifica, riesce infatti a separare il fenomeno fisico "moto del passeggero" dal fenomeno fisico "moto del treno" per cui il fenomeno fisico "moto del passeggero" soddisfa il principio di relatività galileiano ed è indipendente dal sistema di riferimento adottato.

Infatti il passeggero verde si muove nel sistema S' con la stessa legge ($x' = v_p t$) con cui si muove il passeggero rosso nel sistema di riferimento S ($x = v_p t$). Il fenomeno fisico globale cioè "moto del passeggero + treno" viene descritto combinando la legge del moto del passeggero ($x = v_p t$) che è invariante rispetto al sistema di coordinate con la legge che esprime la correlazione tra i due sistemi di riferimento che in genere è indipendente dal sistema di riferimento che scegliamo per esprimerla, infatti abbiamo che nel sistema S

$$x = x' \alpha_+ \quad \text{con } \alpha_+ = (1 + v_t / v_p) \quad (\text{eq. 1a}).$$

mentre nel sistema S' abbiamo

$$x' = x \alpha_- \quad \text{con } \alpha_- = (1 - v_t / v_p) \quad (\text{eq. 3a}).$$

cioè nel sistema S la velocità globale (passeggero + treno) si esprime come la somma algebrica delle due velocità parziali $v_{glob} = v_p + v_t$. Secondo la meccanica galileiana nei due sistemi di riferimento vale la stessa formulazione delle leggi del moto per cui la velocità del treno v_t e la velocità del passeggero v_p si sommano (o si sottraggono).

Queste leggi sono la diretta conseguenza del principio di conservazione dell'energia cinetica (od anche dell'impulso), infatti a ciascun passeggero in movimento è associata una energia cinetica che è determinata dalla sua massa e dalla sua velocità di spostamento generata dal lavoro muscolare, inoltre a quello dei due che si trova sul treno in movimento a sua volta sarà associata una ulteriore energia cinetica associata al movimento del treno per cui il passeggero che si sposta dalla coda alla testa del treno mobile con una velocità v_p rispetto al sistema di riferimento S' si sposterà rispetto al sistema di riferimento S ad una velocità $v_p + v_t$ che è determinata dalla propria energia cinetica determinata dalle due velocità.

Il passeggero rosso avrà quindi una energia cinetica

$$E_c = \frac{1}{2} m v_p^2.$$

Mentre il passeggero verde avrà una energia cinetica data da

$$E'_c = \frac{1}{2} m (v_p + v_t)^2 = \frac{1}{2} m v_p^2 + \frac{1}{2} m v_t^2 + m v_p v_t$$

che può essere scritta come

$$E'_c = \frac{1}{2} m (v_p + v_t)^2 = \frac{1}{2} m v_p^2 (1 + v_t / v_p)^2 = E_c \alpha_+^2$$

Il principio di conservazione dell'energia impone che l'energia muscolare dei due passeggeri sui due treni si sommi all'energia che essi possiedono quando sono fermi infatti l'energia cinetica è data dall'integrale del momento lineare e quindi è definita a meno di una costante additiva ma come mostra la precedente equazione in termini energetici i due sistemi di riferimento non sono equivalenti perché ciascuno di essi ha una propria energia intrinseca come vedremo dopo esaminando l'effetto doppler.

A causa del principio di conservazione dell'energia quindi i due sistemi di riferimento, che sono equivalenti nel descrivere il "moto del passeggero" non lo sono quando dobbiamo descrivere il moto del "passeggero + treno".

3-La velocità della luce

Agli inizi del XX secolo la teoria elettromagnetica della radiazione, che si era sviluppata indipendentemente dalla meccanica classica, aveva raggiunto la sua struttura definitiva formalizzata dalle equazioni di Maxwell-Lorentz che riaccorpavano le leggi fisiche precedentemente scoperte in una forma sintetica ed elegante.

Il pregio fondamentale di queste equazioni è quello di descrivere tutti i fenomeni elettromagnetici, compresa la luce, sulla base di due campi vettoriali (definiti dal vettore elettrico \vec{E} e dal vettore magnetico \vec{H}) ciascuno dei quali è conservativo ($\text{div } \vec{E}=0$; $\text{div } \vec{H}=0$) e correlati da matrici di trasformazione

$$\text{rot } \vec{E} = - \delta \vec{H}/\delta t ; \text{ e } \text{rot } \vec{H} = 1/c \delta \vec{E}/\delta t,$$

e con il corollario fondamentale che la velocità della luce $c = \sqrt{1/(\mu_0\epsilon_0)}$ è una costante universale, indipendente dal sistema di riferimento e che quindi presuppone implicitamente la presenza di un “etere luminoso” che avrebbe avuto lo statuto di un sistema di riferimento assoluto.

Questa formulazione di Maxwell delle leggi dell'elettrodinamica obbedisce ancora una volta alla logica riduzionistica del metodo scientifico che purtroppo verrà persa dalla formulazione di Einstein fondata sulla covarianza piuttosto che sull'invarianza.

Nello stesso anno (1905) in cui Einstein pubblica il suo primo articolo sulla teoria della relatività speciale dal titolo “On the Electrodynamics of Moving Bodies” pubblica anche un articolo in cui viene interpretato l'effetto fotoelettrico sulla base della teoria corpuscolare della radiazione elettromagnetica; interpretazione per il quale riceverà il premio Nobel nel 1921.

Su queste basi e sulla base dei risultati degli esperimenti di Michelson e Morely che sembravano escludere la presenza di qualsiasi “etere luminoso” Einstein inizia il suo lavoro di riscrittura della fisica con lo scopo di inquadrare l'elettrodinamica e la meccanica in un unico quadro gnoseologico che lo avrebbe portato alla demolizione della stessa struttura conoscitiva minando non solo il metodo scientifico ma i concetti fondamentali di spazio e tempo come variabili indipendenti che hanno da sempre costituito le basi fondamentali della conoscenza scientifica.

Vediamo allora come è possibile affrontare con la meccanica classica il problema della velocità della luce.

Immaginiamo che l'osservatore sul treno rosso sia munito di un laser pulsato che emette radiazione di colore rosso ($\lambda = 630 \text{ nm}$) e l'osservatore sul treno verde, che possiamo considerare estremamente vicino, sia munito dello stesso tipo di laser ma di colore verde (ad es. $\lambda = 500 \text{ nm} = 20000\text{cm}^{-1}$) poniamo i due passeggeri che prima camminavano alla testa dei rispettivi treni muniti di uno specchio total riflettente e vediamo come la velocità della luce viene espressa nei due sistemi di riferimento. I quattro individui, come nel caso precedente avranno quattro orologi perfettamente sincronizzati in precedenza nel punto A.

In questo caso quindi invece della velocità v_p del viaggiatore consideriamo la velocità v_L della luce che è sicuramente molto maggiore della velocità del treno v_t e quindi possiamo utilizzare la parte inferiore della fig. 1.

a) Moto della luce esaminato dall'osservatore rosso nel sistema S in quiete rispetto alla banchina.

Ammettiamo che nel punto A_0 (coincidente con A) i due laser emettano contemporaneamente un impulso verso la testa del treno, L'osservatore rosso nel punto A ed il passeggero rosso nel punto B, alla testa del treno fermo, osserveranno l'arrivo dell'impulso rosso emesso in A al tempo

$$t_B - t_A = t_{BA} = R/v_L$$

mentre entrambi osserveranno che l'impulso verde emesso in A_0 arriverà nel punto B_1 alla testa del treno verde dopo un tempo maggiore perché in questo caso la velocità della luce nel sistema S è costante e non si somma con la velocità del treno, tale tempo sarà quindi

$$t_{B_1} - t_{A_0} = t_{B_1A_0} = R_{B_1A_0}/v_L$$

in cui

$$R_{B_1A_0} = R + t_{BA}v_t = R + (R/v_L)v_t = R(v_L + v_t)/v_L = R(1 + v_t/v_L)$$

ne consegue quindi che

$$t_{B_1A_0} = R_{B_1A_0}/v_L = t_{BA} \alpha_+ \quad \text{con } \alpha_+ = (1 + v_t/v_L)$$

cioè l'osservatore rosso in S vede che l'impulso verde per raggiungere la testa del treno verde impiega un tempo maggiore e percorre uno spazio x maggiore.

Ne consegue quindi che lo spazio (misurato in S) percorso dall'impulso verde per raggiungere la testa del treno è dato da

$$x = x' \alpha_+ \quad \text{con } \alpha_+ = (1 + v_t/v_L) \quad (\text{eq. 1b})$$

ma al contempo anche il tempo t è maggiore essendo

$$t_{B_1A_0} = t_{BA} \alpha_+$$

L'osservatore ed il passeggero rossi, misurano quindi per l'impulso laser verde la stessa velocità che essi misurano per l'impulso laser rosso in quanto il maggior tempo impiegato dal raggio verde per raggiungere la testa del treno in moto è compensato dal maggiore spazio da esso percorso.

I tempi misurati dagli individui verdi sono gli stessi di quelli misurati dagli individui rossi perché gli orologi sono sincroni ne consegue quindi che se gli individui verdi non fossero coscienti che il loro treno è in movimento, dividendo la lunghezza del treno per il tempo misurato avrebbero una misura della velocità della luce diversa da quella osservata dagli individui rossi e cioè in questo caso misurerebbero una velocità $v_L - v_t$ minore di v_L .

La misura della velocità della luce effettuata da Olaf Romer si basa proprio sulla determinazione di questi tempi (assoluti, come presupposto nella meccanica classica) in funzione della diversa distanza che intercorre tra la Terra ed il pianeta Giove nei vari periodi dell'anno come noto dai vari calcoli astronomici.

Ad ogni modo se i raggi laser dalla testa dei due treni ritornano in coda con la stessa velocità di spostamento della luce v_L nel punto A il raggio che viene da B arriverà ad un tempo

$$t_A - t_B = t_{AB} = R/v_L$$

mentre sul treno verde in movimento nel punto A_2 il raggio proveniente dal punto B_1 arriverà dopo un tempo

$$t_{A_2} - t_{B_1} = t_{A_2B_1} = R_{A_2B_1}/v_L$$

con

$$R_{A2B1} = R - t_{AB} v_t = R - (R/v_L) v_t = R(v_L - v_t)/v_L = R(1 - v_t/v_L)$$

quindi

$$t_{A2B1} = R_{A2B1}/v_L = t_{AB} \alpha_- \quad \text{con} \quad \alpha_- = (1 - v_t/v_L)$$

Abbiamo quindi che

$$t_{B1A0} = t_{BA} \alpha_+ = R/v_L (1 + v_t/v_L) = R/v_L (v_L + v_t)/v_L$$

$$t_{A2B1} = t_{AB} \alpha_- = R/v_L (1 - v_t/v_L) = R/v_L (v_L - v_t)/v_L$$

Sommando i due tempi abbiamo che

$$t_{A2A0} = 2R/v_L$$

che è lo stesso risultato che osserviamo per il sistema di riferimento **S**.

In questa descrizione i due osservatori, rosso e verde, misurano, ciascuno nel proprio sistema di riferimento, una diversa velocità della luce, tuttavia, in un percorso di andata e ritorno della radiazione, come è quello che viene effettuato dalla luce in un interferometro di Michelson, gli spazi totali percorsi dalla radiazione ed i relativi tempi sono uguali per entrambi i sistemi di riferimento e quindi l'esperimento effettuato da Michelson stesso non era in grado di dimostrare l'assenza dell'etere perché tale risultato è indipendente dal materiale dielettrico eventualmente presente.

Analogamente a quanto fatto per il moto dei passeggeri possiamo anche in questo caso generalizzare le formule trovate per la radiazione elettromagnetica se ad un istante t qualsiasi vogliamo vedere quale è la coordinata di ciascun impulso laser in relazione al proprio sistema di riferimento abbiamo che in **S**

$$x = v_L t$$

mentre la coordinata x' è

$$x' = (v_L - v_t) t$$

perché il movimento del treno sposta a destra l'origine delle coordinate del sistema S' ed è come se la velocità della luce fosse minore.

Sostituendo $t = x/v_L$ abbiamo

$$x' = x \alpha_- \quad \text{con} \quad \alpha_- = (1 - v_t/v_L) \quad \text{cioè} \quad x' < x \quad (\text{eq. 5})$$

quando la luce ed il treno si spostano nello stesso senso e

$$x' = x \alpha_+ \quad \text{con} \quad \alpha_+ = (1 + v_t/v_L) \quad (\text{eq. 6})$$

quando si spostano nel senso opposto.

L'eq 5 mostra che quando la velocità del treno e quella della luce sono concordi, ad un dato istante t la coordinata x' dell'impulso verde nel sistema S' è minore della coordinata x dell'impulso verde in S che è data da (eq. 1b : $x = x' \alpha_+$) analogamente a quanto avviene per il moto del passeggero verde che è dato dalla (eq.1 : $x = x' \alpha_+$) vista precedentemente e cioè

$$x' = x/\alpha_+ \quad \text{con} \quad \alpha_+ > 1 \quad \text{se} \quad v_t > 0$$

Nell'esempio precedente abbiamo preso in considerazione il tempo che impegna la luce ad arrivare alla testa del treno e ritornare indietro siccome all'andata il valore della coordinata $x_1' < x_1$

risulterà che il tempo in S' sarà maggiore del tempo in S ed il contrario avverrà per il tragitto di ritorno .

Ricapitolando quindi per il treno rosso nel sistema di riferimento S abbiamo

$$t_B - t_A = t_{BA} = t_{AB} = R/v_L \quad \text{cioè } t_{ABA} = 2R/v_L$$

mentre per il treno verde nel sistema di riferimento S'

$$t_{A2A0} = t_{B1A0} + t_{A2B1} = t_{AB} \alpha_+ + t_{AB} \alpha_- = 2R/v_L$$

cioè otteniamo lo stesso risultato ottenuto in precedenza

Da quanto detto abbiamo quindi che quando gli impulsi laser viaggiano nella stessa direzione del treno allora il passeggero verde alla testa del treno e l'osservatore verde alla coda dividendo la lunghezza del treno R per il tempo trascorso tra la partenza e l'arrivo dell'impulso laser verde, misurano una velocità della luce che è minore di v_L mentre nel tragitto di ritorno, cioè quando l'impulso riflesso dallo specchio alla testa del treno ritorna in coda, misurano una velocità della luce che è maggiore di v_L .

b) Moto della luce esaminato dall'osservatore verde nel sistema S' in movimento rispetto alla banchina

Se noi facciamo lo stesso discorso partendo dall'osservatore verde sul treno ed analizzando la posizione ed i tempi del laser rosso avremo

$$x' = v_L t$$

perché ammettiamo che nel sistema S' la velocità della luce sia v_L e quindi

$$x = (v_L - v_t) t$$

perché lo spazio che separa l'impulso rosso dall'osservatore verde che è all'origine del sistema S' sarà $v_L t$ che è lo spazio percorso dall'impulso rosso nel sistema S meno $v_t t$ che è lo spazio percorso dal treno verde e sostituendo $t=x'/v_L$ abbiamo

$$x = x' \alpha_- \quad (\text{eq. 7})$$

quando la luce ed il treno si spostano nello stesso senso e

$$x = x' \alpha_+ \quad (\text{eq 8})$$

quando si spostano nel senso opposto.

4-Le trasformazioni di Lorentz

La precedente trattazione ha mostrato che il principio di relatività della meccanica classica e la costanza della velocità della luce, come corollario dell'elettrodinamica, non sono conciliabili senza l'introduzione di nuovi parametri e di nuovi concetti.

La meccanica quantistica da oggi la possibilità di affrontare il problema in modo appropriato, ciò che non era possibile al tempo della pubblicazione del primo lavoro di Einstein ma che sarebbe stato possibile successivamente se Einstein non si fosse sempre rifiutato di considerare la quantomeccanica come nuova frontiera della fisica.

L'operazione che fa Einstein è semplicemente quella di imporre la costanza della velocità della luce nei due sistemi di riferimento trattando la radiazione elettromagnetica come un qualsiasi corpo materiale dotato di massa e di energia cinetica.

Nel lavoro del 1905 infatti egli afferma:

We imagine further that with each clock there is a moving observer, and that these observers apply to both clocks the criterion established in § 1 for the synchronization of two clocks. Let a ray of light depart from A at the time t_A , let it be reflected at B at the time t_B , and reach A again at the time t'_A . Taking into consideration the principle of the constancy of the velocity of light we find that

$$t_B - t_A = \frac{r_{AB}}{c - v} \text{ and } t'_A - t_B = \frac{r_{AB}}{c + v}$$

where r_{AB} denotes the length of the moving rod--measured in the stationary system. Observers moving with the moving rod would thus find that the two clocks were not synchronous, while observers in the stationary system would declare the clocks to be synchronous.

Per fare questo utilizza le trasformazioni di Lorentz che egli ricava in diversi modi nei vari lavori da lui pubblicati nel corso degli anni.

Esse sono

$$x' = \gamma(x - v t)$$

$$t' = \gamma(t - x v / v_L^2)$$

in cui $\gamma^2 = 1 / [(1 - v/v_L)(1 + v/v_L)] = 1 / [(1 - v^2/v_L^2)]$

se teniamo conto che nel sistema stazionario S vale la relazione $x = v_L t$ possiamo trasferire l'espressione $t = x/v_L$ nella prima e nella seconda relazione per cui

$$x' = \gamma x (1 - v/v_L)$$

$$t' = \gamma t (1 - v/v_L)$$

con queste condizioni, cioè introducendo il termine γ come fattore di normalizzazione tra i due sistemi di riferimento, i valori della velocità della luce rimangono identicamente uguali perché

$$x'/t' = [\gamma x (1 - v_t/v_L)] / [\gamma t (1 - v_t/v_L)] = x/t$$

ed inoltre la forma di γ assicura che per valori di v_t molto minori di v_L ritornano valide le trasformazioni galileiane.

Naturalmente rinormalizzare i sistemi di riferimento in modo da mantenere costante la velocità della luce all'interno di una trattazione classica della radiazione elettromagnetica comporta una ridefinizione dei valori e dei concetti di spazio e tempo tali da vanificare ogni pretesa di conoscenza oggettiva su cui la scienza ha basato la propria validità.

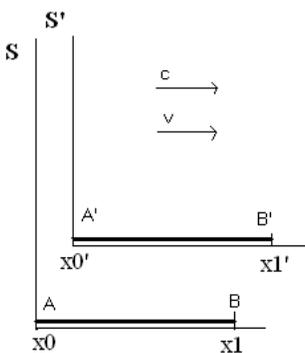
La generale accettazione da parte del mondo scientifico della teoria della relatività è stata determinata in gran parte dal fatto che la velocità della luce da parte di un corpo in movimento non è in pratica raggiungibile se non per le particelle elementari in grandi acceleratori e con enorme dispendio di energia, cioè come abbiamo accennato la teoria non è falsificabile. Tuttavia vedremo che la problematica che si presenta con la velocità della luce non ha niente a che vedere con il valore che tale velocità assume e che non compare mai nelle varie formule e si ripresenta anche per velocità molto minori che rimangono costanti nei vari sistemi di riferimento, come ad esempio nell'effetto Doppler acustico che vedremo nelle pagine seguenti.

In una delle diverse procedure che utilizza per ricavare le trasformazioni di Lorentz Einstein equipara direttamente le due espressioni che determinano la coordinata spaziale x nei due sistemi di riferimento.

Se utilizziamo il nostro formalismo vediamo che sostituisce nell'espressione $x' = x\alpha_-$ (eq. 3) il valore di x' ricavato dall'espressione $x = x'\alpha_+$ (eq. 1) (in cui l'osservatore è in **S**) per cui

$$x\alpha_- = x/\alpha_+ \quad \text{da cui} \quad 1 = 1/(\alpha_+ * \alpha_-) \quad \Rightarrow \quad 1 = 1/(1 - v_t^2/v_L^2) = \gamma^2$$

che compare nelle trasformazioni di Lorentz in cui il fattore di normalizzazione γ rimane automaticamente soddisfatto quando $v_t = 0$ cioè quando il treno è fermo, evidenziando quindi una ulteriore contraddizione all'interno della teoria che vuole analizzare sistemi di riferimento in movimento relativo tra loro.



Se noi introduciamo questo fattore di normalizzazione nelle equazioni della trattazione del nostro problema, cioè dell'impulso laser che viaggia nei due treni analizzato da un osservatore sul sistema di riferimento in quiete **S** allora sapendo che nel sistema **S** possiamo sempre scrivere $x=v_L t$ e quindi $t= x/v_L$ abbiamo

$$x' = \gamma x (1 - v_t/v_L) ; \quad t' = \gamma t (1 - v_t/v_L)$$

per cui se esprimiamo le coordinate delle estremità del treno in movimento rispetto al sistema **S** abbiamo

$$(x'_B - x'_{A'}) = \gamma (1 - v_t/v_L) (x_B - x_A) = \gamma \alpha_- (x_B - x_A) \quad \text{(eq. 9)}$$

da cui

$$(x'_{B'} - x'_{A'}) / (x_B - x_A) = \gamma (1 - v/v_L) = [(v_L - v)/(v_L + v)]^{1/2}$$

cioè la differenza tra le due coppie di coordinate che rappresentano la lunghezza del treno nei due sistemi di riferimento non sono uguali, per cui, come afferma Einstein, lo spazio nel sistema S' si accorcia rispetto al sistema S .

Se poniamo l'osservatore nel sistema S per l'impulso laser che viaggia in S ; essendo in questo caso $x' = v_L t'$ avremo :

$$x = \gamma x' \alpha_+$$

per cui

$$(x_B - x_A) = \gamma \alpha_+ (x'_{B'} - x'_{A'})$$

cioè

$$(x'_{B'} - x'_{A'}) = (x_B - x_A) / [\gamma \alpha_+] \quad (\text{eq.10})$$

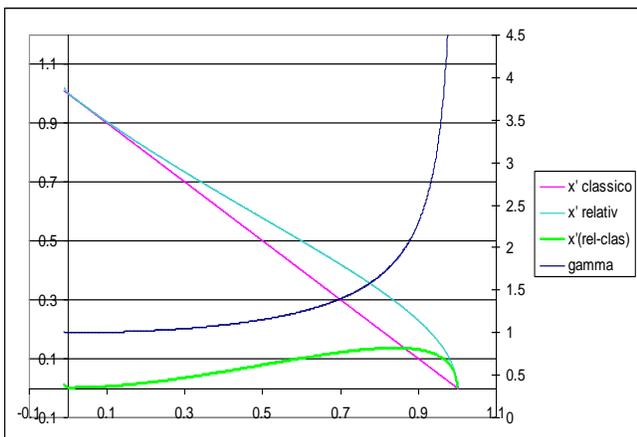
uguagliando (eq. 9) con (eq. 10) abbiamo

$$\gamma \alpha_- = 1 / [\gamma \alpha_+]$$

che rimane completamente soddisfatto dimostrando che le trasformazioni di Lorentz soddisfano oltre la costanza della velocità della luce anche il principio di relatività.

Le trasformazioni di Lorentz, attraverso un processo di rinormalizzazione, soddisfano quindi pienamente il principio di relatività della meccanica classica ed il principio della costanza della velocità della luce, ma quello che si perde è il concetto fondamentale di osservabile che è la base su cui si basa la speculazione scientifica e cioè che la lunghezza del treno non può dipendere dallo stato di quiete o di moto dell'osservatore e del suo sistema di riferimento (scienza soggettiva) . La veridicità della scienza si basa quindi sulla oggettività del fenomeno fisico pur ammettendo che vi possa essere una difformità della rappresentazione matematica in funzione del sistema di riferimento adottato ed il sistema di riferimento adottato per tale rappresentazione viene spesso definito in funzione della semplicità matematica della descrizione pur non inficiando la natura del fenomeno (es. coordinate sferiche ecc.)

Einstein nella sua teoria ha privilegiato una uniformità formale piuttosto che sostanziale e per salvaguardare il principio della costanza della velocità della luce, all'interno della meccanica classica, ha sacrificato il significato fisico di spazio e di tempo su cui si basa ogni concetto di velocità che di fatto è una grandezza derivata e non una grandezza fondamentale.



Una ulteriore incongruenza della teoria della relatività risulta dal plot del valore di x' nel caso classico e nel caso relativistico nella figura in cui è riportato anche il valore di γ e $x'_{rel} - x'_{clas}$ in funzione del rapporto v/v_L .

Il valore classico è una linea retta che va da 1 a zero, nel caso in cui la velocità v sia uguale a v_L , questo significa che se il treno viaggiasse alla velocità della luce allora l'impulso laser (cioè tutti i fotoni che lo costituiscono) sarebbero fermi rispetto al treno. Questa è una situazione che pur

sembrando paradossale si verifica quando noi associamo un sistema di riferimento S' ad un impulso laser ed andiamo ad analizzare le velocità dei fotoni costituenti e le loro distanze relative. Se noi

applichiamo le formule relativistiche ad una tale situazione avremmo che la distanza dei vari fotoni all'interno dell'impulso sarebbe infinita. Qualcuno potrebbe obiettare che non vi è la possibilità pratica di andare a verificare una tale situazione, tuttavia la verifica può essere fatta al momento in cui l'impulso interagisce con la materia che rimane ferma nel sistema di riferimento del laboratorio per esempio facendo coincidere due impulsi laser su un cristallo generatore di seconda armonica.

Quello che non è spiegabile poi è l'andamento del valori di x' relativistico che all'inizio della curva diventa maggiore del classico (da notare che se x' aumenta significa che la velocità v diminuisce per poi cambiare andamento per valori di $v/v_L = 0.839$ e poi andare a valori negativi in vicinanza di 1.

E' evidente che tale andamento non ha nessun significato fisico e le trasformazioni di Lorentz si rivelano più un artificio matematico che una legge fisica.

Nella precedente trattazione avevamo trovato che l'osservatore verde riceveva l'impulso laser riflesso dallo specchio alla testa del treno mobile dopo un tempo dato da

$$t_{A2A0} = t_{B1A0} + t_{A2B1} = (R/v_L) \alpha_+ + (R/v_L) \alpha_- = t_{BA} \alpha_+ + t_{BA} \alpha_- = 2 \tau_{BA}$$

assumendo la velocità della luce come costante universale e trattando il fotone come una semplice particella dotata di massa e di energia cinetica, cioè applicando alla radiazione elettromagnetica le stesse leggi della meccanica classica Einstein perviene alle relazioni:

$$t_B - t_A = \frac{r_{AB}}{c - v} \text{ and } t'_A - t_B = \frac{r_{AB}}{c + v}$$

che espresse nei termini da noi utilizzati risultano

$$t_{B1A0} = R/(v_L - v_t) = [R/v_L] [v_L/(v_L - v_t)] = t_{BA} / \alpha_-$$

$$t_{A2B1} = R/(v_L + v_t) = [R/v_L] [v_L/(v_L + v_t)] = t_{BA} / \alpha_+$$

per cui \therefore

$$t_{A2A0} = t_{B1A0} + t_{A2B1} = t_{BA} [1/\alpha_- + 1/\alpha_+] = t_{BA} [(\alpha_- + \alpha_+)/(\alpha_- \cdot \alpha_+)] = 2t_{BA} \gamma^2$$

per qualsiasi valore di v_t diverso da zero si ha che il termine $\gamma^2 > 1$ per cui si evidenzia una ulteriore contraddizione della teoria della relatività ristretta che partendo dal postulato della costanza della velocità della luce arriva alla conclusione che la luce per fare un percorso di andata e ritorno sul treno in movimento impiega un tempo maggiore di quello che essa impiega sul treno fermo sulla banchina.

Le equazioni della meccanica classica non sono quindi in grado di spiegare la costanza della velocità della luce e la teoria della relatività ristretta di Einstein attraverso le trasformazioni di Lorentz rendono conto della costanza della velocità della luce ma stravolgono completamente i fondamenti della meccanica classica. La considerazione che la velocità della luce sia di fatto irraggiungibile ha minimizzato l'impatto di questa teoria ha avuto sulla comunità scientifica.

In realtà il valore di v_L non è mai stato preso in considerazione nella teoria e la stessa problematica si trova inalterata anche per velocità molto più basse, quali quelle della trasmissione del suono.

5-Effetto Doppler Acustico

Lo studio dell'effetto Doppler acustico dà la possibilità non solo di falsificare la teoria della relatività ma anche di fornire una spiegazione alternativa alla costanza della velocità della radiazione elettromagnetica e di integrare la formulazione della meccanica classica con la meccanica quantistica.

Come è noto l'effetto Doppler acustico è costituito dalla variazione della frequenza del suono che si osserva quando un emettitore di suoni E è in movimento rispetto ad un ricevitore R.

La formula generale è data da

$$\nu_R = \nu_E (\nu_S + v_M - v_R) / (\nu_S + v_M - v_E) \quad (\text{eq.11})$$

In cui ν_R è la frequenza misurata dal rivelatore ν_E è la frequenza emessa, ν_S = velocità del suono, v_M = velocità del mezzo in cui il suono si propaga, v_R = velocità del rivelatore v_E = velocità dell'emettitore.

Se invece della frequenza prendiamo in considerazione il periodo sapendo che $\nu_S = 1/\tau_S$ abbiamo

$$\tau_R = \tau_E (\nu_S + v_M - v_E) / (\nu_S + v_M - v_R)$$

Un aspetto interessante di queste formule è che esse sono diverse a seconda che noi poniamo $v_R = 0$ oppure $v_E = 0$ cioè a seconda che sia in movimento l'emettitore od il rivelatore. In altre parole la frequenza osservata dipende dal fatto che l'osservatore sia in quiete od in movimento.

Ammettiamo di essere nelle condizioni in cui $v_M = 0$ cioè il mezzo in cui si propaga il suono (ad esempio aria) sia stazionario, in questo caso

se $v_R = 0$ (cioè rivelatore fermo) si ha

$$\tau_R = \tau_E [(\nu_S - v_E) / \nu_S] = \tau_E \alpha_-$$

cioè quando il segno di v_E è lo stesso di ν_S , cioè l'emettitore si avvicina, allora il periodo misurato dal rivelatore è minore di quello generato dall'emettitore e quindi la frequenza aumenta; se invece v_E e ν_S sono di segno contrario, cioè l'emettitore si allontana allora τ_R aumenta e quindi ν_R diminuisce.

Se $v_E = 0$, cioè l'emettitore è fermo, avremo la seguente relazione

$$\tau_R = \tau_E [\nu_S / (\nu_S - v_R)] = \tau_E / \alpha_-$$

cioè quando il rivelatore si avvicina alla sorgente del suono, e quindi i segni di ν_S e di v_R sono contrari allora il termine in parentesi quadra è minore di 1 e quindi diminuisce il periodo ed aumenta la frequenza, mentre se i segni delle due velocità sono concordi, e quindi il rivelatore si allontana dall'emettitore allora si ha una diminuzione della frequenza.

La cosa interessante è che anche quando v_R e v_E sono uguali (ad esempio alla velocità del treno v_t per riallacciarci al nostro caso) l'aumento di frequenza osservata quando il rivelatore e l'emettitore si avvicinano è diverso nei due casi in cui il rivelatore è fermo in S oppure è in moto in S'.

Infatti tenendo conto dei segni delle velocità nel processo di avvicinamento abbiamo

$$\tau'^S_R / \tau^S_R = [v_S / (v_S + v_t)] / [(v_S - v_t) / v_S] = v_S^2 / (v_S - v_t)(v_S + v_t)$$

da cui

$$v'^S_R / v^S_R = [v_S + v_t](v_S - v_t) / v_S^2 = (\alpha_- \alpha_+) = 1/\gamma^2$$

cioè se noi poniamo lo stesso emettitore di frequenze acustiche sui due treni, la variazione di frequenza registrata sul rivelatore posto sul treno in movimento è minore della variazione registrata dal rivelatore fermo sulla banchina.

Per ricavare l'eq. 11 precedente facciamo un esempio pratico collegato con il nostro solito esperimento dei due treni.

Poniamo che l'osservatore in coda al treno verde in movimento alla velocità $v_t = 50$ m/s (180 Km/ora) abbia un revolver capace di esplodere proiettili alla velocità $v_p = 200$ m/s, e che un revolver del tutto simile sia posseduto dall'osservatore rosso alla coda del treno fermo sulla banchina. Noi sappiamo inoltre che la velocità del suono in aria circa $v_s = 344$ m/s mentre la velocità della luce è

$3 \cdot 10^8$ m/s. Visto che l'ordine di grandezza della luce è molto maggiore di quello delle velocità che stiamo considerando, possiamo benissimo utilizzare la luce come elemento di sincronizzazione con un elevatissimo grado di approssimazione.

L'osservatore rosso, fermo alla stazione, sta aspettando il treno verde che giunge da sinistra con velocità costante. [assegniamo un valore negativo alla coordinata che si trova alla sinistra dell'osservatore rosso ed un valore positivo alle velocità degli oggetti che si muovono verso destra]

a-Moto del proiettile.

Quando l'osservatore verde si trova alla distanza $d_1 = -5.000$ m dalla stazione esplose un colpo di pistola nella direzione dell'osservatore rosso che vede il lampo provocato dall'esplosione ed esplose a sua volta un proiettile nella direzione dell'osservatore verde. Secondo le leggi della meccanica classica avremo quindi la seguente situazione:

rispetto all'osservatore in S			rispetto all'osservatore in S'		
t1 _s =	d1/v _s =	14.535 sec	t'1 _s =	-d1/-(v _s + v _t) =	12.690 sec
t1 _p =	d1/(v _p +v _t) =	20 sec	t'1 _p =	d1/(v _p +v _t) =	20 sec
t1 _t =	d1/v _t =	100 sec	t'1 _t =	-d1/-v _t =	100 sec
un secondo colpo è esploso dopo 5 s. la distanza è data da d2 = d1 - v _t t = 5000 - (5 • 50) = 4750 m					
t2 _s =	d2/v _s =	13.808 sec + 5 sec dopo	t'2 _s =	-d2/-(v _s + v _t) =	12.056 sec + 5 sec dopo
t2 _p =	d2/(v _p +v _t) =	19 sec + 5 sec dopo	t'2 _p =	d2/(v _p +v _t) =	19 sec + 5 sec dopo
t2 _t =	d2/v _t =	95 sec + 5 sec dopo	t'2 _t =	-d2/-v _t =	95 sec + 5 sec dopo

t1_s = tempo impiegato dal suono relativo all'esplosione del proiettile verde per arrivare all'osservatore rosso

t1_p = tempo impiegato dal proiettile verde per giungere all'osservatore rosso

t1_t = tempo impiegato dal treno verde per giungere all'osservatore rosso

per quanto riguarda l'osservatore in S' che è all'origine del suo sistema di coordinate $dl = x_{\text{finale}} - x_{\text{iniziale}}$ quindi x ha un valore negativo come pure negative sono le velocità degli oggetti che si muovono da destra verso sinistra $t'_1 < t_{1S}$ poiché la velocità del suono rimane la stessa ma nel frattempo l'osservatore verde si avvicina all'osservatore rosso alla velocità v_t

Come era da aspettarsi quindi le leggi della meccanica classica, nei due sistemi di riferimento sono invarianti per quanto riguarda i proiettili ed i treni ma non per quello che riguarda la velocità del suono.

Possiamo vedere che il secondo proiettile verde arriva dopo $19 + 5 = 24$ sec. mentre il terzo dopo $18 + 10 = 28$ secondi e lo stesso per il proiettile sparato dal treno rosso. Ne consegue che un periodo di emissione di 5 secondi è percepito come un ritardo di 4 secondi.

b-Moto del suono.

Per quanto riguarda il suono invece l'osservatore rosso in S ode i colpi distanti di un tempo

$$\tau_R = \Delta t = 13,808 + 5 - 14,535 = 4,273 \text{ sec} = 5 \cdot (1 - v_t/v_S) = \tau_E \alpha_-$$

e quindi

$$v_R = v_E / \alpha_-$$

mentre per l'osservatore verde sul treno mobile in S' (per il quale il suono si propaga nel verso opposto a quello del treno)

$$\tau'_R = \Delta t' = 12,056 + 5 - 12,690 = 4,365 \text{ sec} = 5 / (1 + v_t/v_S) = \tau_E / \alpha_+$$

cioè

$$v'_R = v_E \alpha_+$$

Quando il treno verde sorpassa il treno rosso e continua la sua corsa verso destra avremo che per l'osservatore rosso il proiettile ed il suono che provengono da destra hanno un valore negativo della velocità il cui segno è quindi contrario a quello della velocità del treno che procede invece nello stesso verso per cui avremo

$$\tau_R = \tau_E \alpha_+ \quad \text{ed anche} \quad \tau'_R = \tau_E / \alpha_-$$

perché per l'osservatore sul treno mobile che si trova alla destra dell'osservatore rosso il suono proveniente dalla banchina ed il treno si muovono nello stesso verso.

Abbiamo ricavato quindi le formule, già note, che esprimono la variazione di frequenza per l'effetto Doppler acustico, ed abbiamo anche ritrovato il fattore di normalizzazione γ che Einstein aveva assunto implicitamente utilizzando le trasformazioni di Lorentz.

Riassumendo quindi abbiamo il seguente schema per l'effetto Doppler classico

Formula generale $v_o = v_s (v + v_m - v_o) / (v + v_m - v_s)$

v_o = frequenza osservata

v_s = frequenza emessa

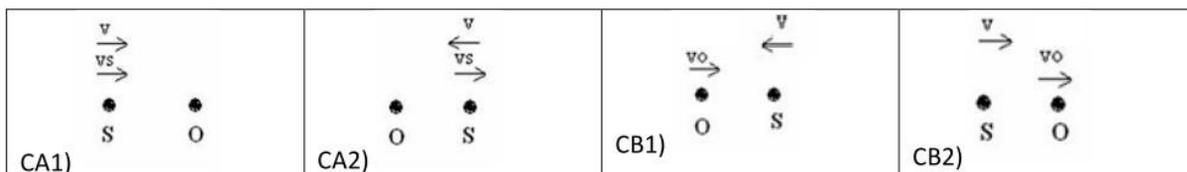
v = velocità del suono

v_o = velocità dell'osservatore

v_s = velocità della sorgente

Le velocità sono positive se nella direzione in cui si propaga l'onda.

Ipotizzando che v_m è zero, si possono verificare quattro casi:

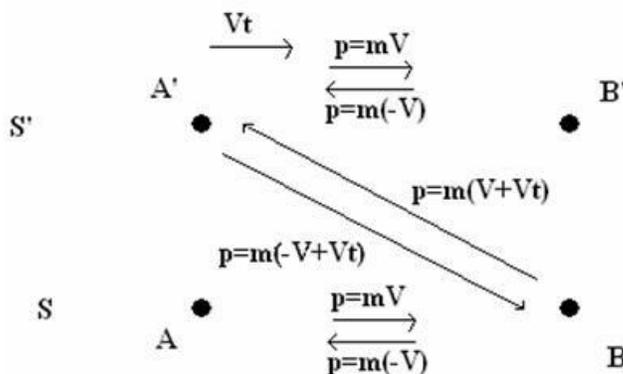


CA1) sorgente in moto	$v_m = 0; v_o = 0$	$v_s > 0$	$v_o > v_s$	$v_o = v_s [v / (v - v_s)]$	$\tau_o = \tau_s [(v - v_s) / v]$
CA2) sorgente in moto	$v_m = 0; v_o = 0$	$v_s < 0$	$v_o < v_s$	$v_o = v_s [v / (v + v_s)]$	$\tau'_o = \tau_s [(v + v_s) / v]$
CB1) osservatore in moto	$v_m = 0; v_s = 0$	$v_o > 0$	$v_o > v_s$	$v_o = v_s [(v + v_o) / v]$	$\tau_o = \tau_s [v / (v + v_o)]$
CB2) osservatore in moto	$v_m = 0; v_s = 0$	$v_o < 0$	$v_o < v_s$	$v_o = v_s [(v - v_o) / v]$	$\tau_o = \tau_s [v / (v - v_o)]$

Cerchiamo a questo punto di capire la ragione di questa asimmetria di comportamento (in funzione del sistema di riferimento) che abbiamo trovato per l'effetto Doppler acustico.

Il principio di conservazione dell'energia e l'effetto Doppler acustico

Prendiamo in considerazione il seguente schema:



Vogliamo dimostrare che le leggi che governano l'effetto Doppler acustico, così come quelle che definiscono la meccanica classica sono una diretta conseguenza del principio di conservazione dell'energia.

Ammettiamo che nei quattro punti sopra evidenziati, due sul treno rosso in quiete e due sul treno verde in movimento, vi siano quattro dispositivi identici capaci ciascuno di emettere una frequenza sonora ν_E uguale nei quattro emettitori e capaci di misurare le frequenze emesse dagli altri che indicheremo con la sigla (E/R).

Il meccanismo di trasmissione del suono in un mezzo consiste in un processo di trasmissione di energia, in cui non vi è trasporto di materia, attraverso un processo di urti elastici in cui le molecole del mezzo ricevono energia da una membrana acustica vibrante e la trasferiscono alle molecole circostanti.

Il momento trasportato da una molecola adiacente alla membrana acustica è dato da

$$\mathbf{p} = m\mathbf{V}$$

in cui m è la massa della molecola e \mathbf{V} è la velocità della membrana nella direzione della propagazione del suono.

Vediamo dunque quale è la situazione che si determina nei quattro apparati (E/R).

L'emettitore nel punto A trasmette un impulso con un momento $\mathbf{p}_E = m\mathbf{V}$ nella direzione del punto B, se gli urti sono elastici come abbiamo ipotizzato, cioè in mancanza di perturbazioni esterne, il ricevitore nel punto B riceverà lo stesso impulso $\mathbf{p}_A = m\mathbf{V}$ dopo un certo tempo e con la stessa frequenza con cui è stato emesso poiché la velocità di trasmissione del mezzo non cambia, ed il cammino che deve percorrere l'impulso è sempre lo stesso.

L'energia trasferita nell'unità di tempo sarà data dall'energia di ogni impulso moltiplicato il numero di impulsi nell'unità di tempo cioè moltiplicato la frequenza cioè

$$E = \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} \quad [\text{integrale}]$$

Se il segnale acustico registrato in B proviene dall'emettitore in A' allora il momento trasferito dalla membrana vibrante in A' alle molecole del mezzo circostante sarà dato dalla somma del momento relativo all'apparato $\mathbf{p} = m\mathbf{V}$ più quello relativo al moto dell'emettitore (*momento intrinseco al sistema di riferimento*) rispetto al ricevitore $\mathbf{p}_t = m\mathbf{V}_t$ sarà quindi

$$\mathbf{p}_{A'} = m(\mathbf{V} + \mathbf{V}_t),$$

per cui essendo $m = \mathbf{p}_A / \mathbf{V}$ si ha

$$\mathbf{p}_{A'} = \mathbf{p}_A (\mathbf{V} + \mathbf{V}_t) / \mathbf{V}$$

Se il segnale emesso in A' è ricevuto nel punto B' da un detector con un *momento intrinseco* uguale a quello dell'emettitore e cioè $\mathbf{p}_t = m\mathbf{V}_t$ allora il momento trasferito sarà analogo a quello misurato nel sistema S e cioè

$$\mathbf{p} = m(\mathbf{V} + \mathbf{V}_t) - m\mathbf{V}_t = m\mathbf{V}.$$

Poniamo a questo punto il rivelatore nel punto A' e misuriamo le frequenze dei suoni provenienti da B e da B', in questo caso abbiamo che il moto del suono ed il moto del treno sono diretti nel verso contrario per cui avremo per il suono proveniente da B' $\mathbf{p}_{B'} = -m\mathbf{V}$ e per quello proveniente da B $\mathbf{p}_B = m(-\mathbf{V} + \mathbf{V}_t)$ per cui

$$\mathbf{p}_{B'} = \mathbf{p}_B \mathbf{V} / (\mathbf{V} - \mathbf{V}_t)$$

in cui come abbiamo detto $\mathbf{p}_{B'}$ è il momento lineare degli impulsi sonori che arrivano in A' provenienti da B', mentre \mathbf{p}_B è il momento degli impulsi sonori che arrivano in A' provenienti da B. La frequenza di questi impulsi l'abbiamo calcolata precedentemente ed è data da (usando le stesse notazioni) $[\nu_R = \nu_E / \alpha_-]$

$$\nu_{A'} = \nu_E / \alpha_- = \nu_E \mathbf{V} / (\mathbf{V} - \mathbf{V}_t)$$

è la frequenza degli impulsi che arrivano in B provenienti da A' mentre $[\nu'_R = \nu_E \alpha_+]$

$$\nu_B = \nu_E \alpha_+ = \nu_E (\mathbf{V} + \mathbf{V}_t) / \mathbf{V}$$

è la frequenza degli impulsi che arrivano in A' provenienti da B.

Come abbiamo detto l'energia trasportata nell'unità di tempo è data dall'energia di ogni impulso per il numero di impulsi nell'unità di tempo cioè $E = \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}$ per cui l'energia trasportata dal suono proveniente da A' che raggiunge B è

$$E_{A'} = \mathbf{p}_{A'} \cdot \mathbf{v}_{A'} = \mathbf{p}_A (\mathbf{V} + \mathbf{V}_t) / V \cdot \mathbf{v}_E V / (V - V_t) = \mathbf{p}_A \mathbf{v}_E (\mathbf{V} + \mathbf{V}_t) / (V - V_t)$$

Mentre quella che raggiunge A' proveniente da B è

$$E_{B'} = \mathbf{p}_{B'} \cdot \mathbf{v}_{B'} = \mathbf{p}_B V / (V - V_t) \cdot \mathbf{v}_E (\mathbf{V} + \mathbf{V}_t) / V = \mathbf{p}_B \mathbf{v}_E (\mathbf{V} + \mathbf{V}_t) / (V - V_t)$$

siccome $\mathbf{p}_A = \mathbf{p}_B$ perché sono relativi alla frequenza \mathbf{v}_E dell'emettitore ne consegue che le due energie sono uguali.

Questa è una conseguenza molto importante che è implicita nel principio di conservazione dell'energia, in effetti il fenomeno fisico che stiamo osservando è lo stesso sia che stiamo guardando dal sistema S che dal sistema S' tuttavia questo non vuol dire che la descrizione del fenomeno fisico, cioè le formule che utilizziamo siano le stesse in entrambi i sistemi di riferimento.

Abbiamo quindi visto che è il prodotto $\mathbf{p} \cdot \mathbf{v}$ invariante rispetto al cambiamento del sistema di riferimento mentre non lo sono i singoli termini \mathbf{p} e \mathbf{v} .

Le formule sono le stesse solo quando stiamo parlando del moto di corpi materiali in cui (in particolare per sistemi di riferimento inerziale) perché in questo caso abbiamo la somma delle energie cinetiche, ma non quando parliamo di trasporto solo di energia come avviene per le onde acustiche o per le onde elettromagnetiche.

Questa trattazione ha permesso di mettere in evidenza una considerazione molto importante e cioè che i sistemi inerziali sono equivalenti, anche per la trattazione dei fenomeni ondulatori solo quando il rivelatore e l'emettitore si trovano nello stato di moto o di quiete, cioè quando hanno la stessa energia cinetiche che chiameremo energia intrinseca al sistema di riferimento.

La meccanica ha sempre assunto implicitamente che lo stato dell'osservatore sia del tutto indifferente ai fini della misura, e questo per raggiungere il criterio di oggettività, questa trattazione ha invece messo in evidenza che lo stato dell'osservatore, come avviene per la meccanica quantistica può influenzare il risultato della misura in funzione della sua energia intrinseca, questo non significa non obbedire al criterio di oggettività ma semplicemente di rendersi conto dell'influenza dell'osservatore senza ignorarne il peso come è stato finora ipotizzato spingendo inconsciamente Einstein verso la sua teoria della relatività.

Abbiamo visto che il fattore γ compare anche nella trattazione del fenomeno acustico e pertanto non è legato al valore elevatissimo della velocità della luce come derivato da Einstein, cade così anche l'altro simulacro che è stato utilizzato da Einstein per accreditare la sua teoria, e cioè che essendo la velocità della luce una velocità limite irraggiungibile, nessuno sarebbe stato in grado di falsificare la sua teoria.

Introducendo il fattore di normalizzazione γ Einstein ha di fatto ignorato il peso che ha lo "stato" dell'osservatore nel determinare la misura del fenomeno fisico. Questo "stato" è alla base del principio di indeterminazione di Heisenberg che costituisce a sua volta un fondamento indispensabile per la

meccanica quantistica. L'estensione di questo concetto anche alla meccanica classica permette di enunciare un vero e proprio “principio antropometrico” che può essere così enunciato, “*per obbedire al criterio di oggettività, ogni fenomeno fisico deve essere indipendente dallo stato dell'osservatore, ma la rappresentazione matematica di tale fenomeno non può prescindere dallo 'stato' dell'osservatore che deve pertanto essere esplicitato nella fase di determinazione*”.

Il caso dei proiettili .

Abbiamo visto che il prodotto $E = \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}$ è invariante quando prendiamo in considerazione il trasporto dell'energia acustica, vediamo ora cosa accade per il trasporto di oggetti dotati di massa, cioè consideriamo cosa accade per i proiettili che vengono esplosi dai due revolver nei treni del precedente esempio.

L'osservatore rosso nel punto B vede arrivare i proiettili esplosi dal punto A con una frequenza ν_A mentre i proiettili esplosi dal punto A' che si sta avvicinando con velocità \mathbf{V}_t arrivano con una frequenza $\nu_{A'} = \nu_A (1 + \mathbf{V}_t / \mathbf{V}_p)$ discorso analogo per quello che riguarda il momento dei proiettili che arrivano in B da A \mathbf{p}_A e da A' $\mathbf{p}_{A'} = \mathbf{p}_A (1 + \mathbf{V}_t / \mathbf{V}_p)$ per cui il prodotto sarà

$$E = \mathbf{p}_{A'} \cdot \nu_{A'} = \mathbf{p}_A \cdot \nu_A (1 + \mathbf{V}_t / \mathbf{V}_p)^2$$

che è la stessa relazione che lega l'energia cinetica del proiettile in A' con quella del proiettile in A e cioè

$$E_{c_{A'}} = \frac{1}{2} m (\mathbf{V}_p + \mathbf{V}_t)^2 = \frac{1}{2} m \mathbf{V}_p^2 (1 + \mathbf{V}_t / \mathbf{V}_p)^2 = E_{c_A} (1 + \mathbf{V}_t / \mathbf{V}_p)^2$$

Quindi l'energia cinetica ed il prodotto $\mathbf{p} \cdot \mathbf{v}$ si trasformano nello stesso modo e sono quindi invarianti rispetto al cambiamento di coordinate in un sistema inerziale.

Per quanto riguarda il momento \mathbf{p} abbiamo ottenuto lo stesso risultato sia per quello che riguarda la membrana acustica che per quello che riguarda il proiettile, per quanto riguarda la frequenza ν invece abbiamo visto che per il proiettile

$$\nu_{A'} = \nu_A (1 + \mathbf{V}_t / \mathbf{V}_p)$$

In cui ν_A è la frequenza di emissione dei proiettili mentre per l'onda acustica

$$\nu_{A'} = \nu_E / \alpha_- = \nu_E \mathbf{V} / (\mathbf{V} - \mathbf{V}_t),$$

la ragione di questo sta nel fatto che l'onda acustica non trasporta materia ma soltanto energia.

6 - Ottica non relativistica

La trattazione ed i risultati ottenuti per le onde acustiche possono essere direttamente trasferiti alle onde elettromagnetiche senza nessuna implicazione di carattere teorico. L'unica differenza consiste nella constatazione che mentre il suono si trasmette attraverso un mezzo materiale la luce si trasmette anche nel vuoto.

Ritorna quindi in primo piano il concetto di campo, che Maxwell e Lorentz avevano introdotto alla fine del 1800 con il nome di "etere" ma fu frettolosamente abbandonato in seguito agli esperimenti di Michelson che tuttavia non sono adatti come abbiamo visto a dimostrare o negare la presenza dell'etere. La teoria della relatività di Einstein ha contribuito notevolmente ad affossare l'idea dell'etere, ma nonostante questo il concetto di campo elettromagnetico non è stato mai abbandonato all'interno della comunità scientifica anche se non del tutto giustificato teoricamente e la scoperta della radiazione di fondo dell'universo sembra in qualche modo dare un nuovo significato all'etere.

La teoria della relatività è un tentativo esplicito di trattare l'elettrodinamica per mezzo della meccanica classica basandosi sulla teoria corpuscolare della luce ma la meccanica quantistica ha dimostrato che la meccanica classica che non è in grado di spiegare i fenomeni a livello microscopico.

Un semplice calcolo utilizzando l'equazione di Einstein $E = mc^2$ e l'equazione di Planck $E = h\nu$ mostra che ad un fotone ultravioletto di lunghezza d'onda di 250 nm corrisponde una massa circa 100.000 volte inferiore di quella di un elettrone a riposo dimostrando che siamo estremamente oltre il limite dell'applicabilità della meccanica classica.

La nostra trattazione dell'effetto Doppler acustico ha dimostrato che se l'emettitore sonoro ed il ricevitore sono sullo stesso sistema di riferimento, cioè hanno la stessa energia intrinseca, la velocità e la frequenza del suono non cambiano in dipendenza del sistema di riferimento stesso. Lo stesso risultato, indipendente dal valore della velocità, può essere esteso alla trattazione del fenomeno luminoso.

Se la sorgente luminosa ed il detector si trovano quindi entrambi nello stesso sistema di riferimento, sia esso in moto che in quiete, allora la misurazione della velocità della luce darà lo stesso risultato, se invece i due apparati si trovano in sistema di riferimento diversi ma in moto traslazionale uniforme tra di loro, quello che osserviamo non è una variazione della velocità della luce che non è costituita da particelle con massa discreta ma si avrà solamente una variazione della frequenza della radiazione.

Il campo elettromagnetico è quindi responsabile solo del trasferimento dell'energia senza implicare nessun trasferimento di massa, l'effetto fotoelettrico quindi, che implica la quantizzazione della radiazione, è dovuto non alla natura del campo elettromagnetico ma al generatore del quanto di energia che è trasmesso attraverso il campo elettromagnetico.

Oggi sappiamo, grazie alla meccanica quantistica, che l'emissione della radiazione è dovuta alla variazione del dipolo elettrico di un atomo o di una molecola determinata dalla transizione di un elettrone da un livello energetico elettronico a più alta energia e caratterizzato da una certa distribuzione spaziale di carica, ad un livello elettronico a minore energia e caratterizzato da una diversa distribuzione di carica. L'emissione di un quanto di luce corrisponde quindi effettivamente ad uno spostamento medio di un elettrone, o in termini probabilistici di una densità elettronica.

Ma l'elettrone è una particella carica dotata di massa propria e come tale non si sottrae alle leggi della meccanica classica le quali non sono di per se sufficienti a spiegare la dinamica elettronica all'interno della molecola ma non per questo cessano di essere valide a livello microscopico.

L'ordine di grandezza delle energie in gioco nei processi interni della molecola, che sono quantizzati ed espressi in termini di energia elettronica, vibrazionale e rotazionale è molto maggiore di quella dell'energia traslazionale che invece varia con continuità e che può essere trattata con la meccanica classica. Seguendo quindi il metodo riduzionista possiamo agevolmente separare la trattazione dei vari processi senza compiere un errore apprezzabile in prima approssimazione.

Nel processo di emissione della radiazione luminosa sono quindi implicati tutti e quattro i tipi di energia che abbiamo citato e cioè l'energia elettronica, vibrazionale, rotazionale e traslazionale, ciascuno con i proprio valori caratteristici che contribuiscono a definire l'energia totale dell'emettitore. D'altro canto anche il rivelatore di radiazione luminosa è costituito da un sistema molecolare (o simile) che assorbe l'energia generata dall'emettitore e trasportata attraverso il campo elettromagnetico sotto forma di onde. Il processo luminoso quindi è del tutto simile al processo acustico tranne ovviamente per quello che riguarda le energie caratteristiche dei due processi ed il tipo del mezzo di trasporto dell'energia che è materiale per quello che riguarda il suono ed elettromagnetico per quello che riguarda la luce.

Anche per la luce quindi l'effetto Doppler non si manifesta quando il trasmettitore ed il ricevitore si trovano sullo stesso sistema di riferimento (vedi esperimento di Michelson), cioè hanno la stessa energia interna e la stessa energia traslazionale mentre è evidente quando i due , trovandosi in diversi sistemi di riferimento in moto relativo tra di loro hanno la stessa energia interna ma non la stessa energia traslazionale, cioè non hanno la stessa energia intrinseca.

In questo caso quindi il detector registra una frequenza maggiore o minore a seconda che i due dispositivi si avvicinano o si allontanano. Ma poiché sappiamo che la frequenza di una radiazione è collegata alla sua energia dalla relazione

$$E = hv$$

abbiamo che l'energia assorbita dal detector è maggiore di quella emessa di una quantità uguale alla energia cinetica dell'emettitore, o se vogliamo alla *energia intrinseca* del sistema di riferimento mobile in cui si trova l'emettitore stesso in modo del tutto analogo a quanto avviene per il suono.[trasferimento di energia cinetica]

In particolare il detector in B, cioè sul treno fermo, registra una frequenza maggiore per la luce che proviene dall'emettitore sul treno in moto (da A') di quanto il detector in A' misuri quella proveniente da B infatti:

$$v_{A'} = v_E / \alpha_- = v_E V / (V - V_t)$$

mentre

$$v_B = v_E \alpha_+ = v_E (V + V_t) / V$$

per cui

$$v_{A'} / v_B = (V + V_t) / (V - V_t)$$

cioè la frequenza che proviene da un sistema di riferimento con una energia intrinseca maggiore è maggiore di quella che proviene da un sistema di riferimento con una energia intrinseca minore pur essendo entrambe maggiori della frequenza dell'emettitore v_E .

[Quest'ultima formula può essere ottenuta dalla formula generale $v_o = v_s (v + v_m - v_o) / (v + v_m - v_s)$ se teniamo conto che $V_m = 0$ e che nel processo di avvicinamento della sorgente con il rivelatore quando la sorgente è ferma il treno ed il suono hanno velocità che si propagano nel verso opposto. La formula

generale quindi contiene la sintesi di due processi simultanei, cioè quando si muovono contemporaneamente sia il rivelatore che l'emettitore; la relazione è uguale a quella riportata da Einstein nella sua teoria della relatività ristretta aggiungendo naturalmente il fattore di normalizzazione γ .]

Questa trattazione porta alla conclusione che la costanza della velocità della luce, o del suono non è incompatibile con la meccanica classica che tratta le leggi della dinamica dei “gravi” e che la legge di trasformazione tra i vari sistemi di coordinate in moto rettilineo uniforme tra di loro non è determinata dalla legge di conservazione della velocità della luce, come ammessa da Einstein ma dalla legge di conservazione dell'energia.

La trasformazioni tra due sistemi di coordinate, quando la velocità V ha lo stesso segno della velocità V_t della traslazione del sistema di riferimento è data da

$$\alpha_+ = V (1 + V_t / V)$$

quando parliamo del moto di masse mentre è data da

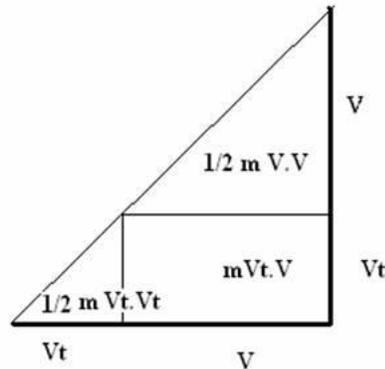
$$\alpha_- = V (1 - V_t / V)$$

quando prendiamo in considerazione fenomeni di trasporto di energia e non di materia come nel caso del suono o della luce.

Le trasformazioni di Lorentz che introducono il fattore di normalizzazione γ non solo non sono necessarie ma addirittura sono dannose perché stravolgono il significato delle basi fondamentali della fisica.

7- Energia cinetica

L'energia cinetica è l'energia posseduta oltre l'energia interna da un corpo a causa del suo movimento ed è definita come “ il lavoro necessario per accelerare un corpo di massa m da una velocità $V_1=0$ ad una velocità V_2 ”



L'energia è definita come il lavoro compiuto nell'unità di tempo quindi l'incremento di energia è dato da

$$dE = dL/dt = d(\mathbf{F}x)/dt = (\mathbf{F}dx + x d\mathbf{F})/dt = \mathbf{F}dx/dt + x d\mathbf{F}/dt$$

Se la forza F rimane costante nel tempo allora

$$dE = \mathbf{F}dx/dt = m a dx/dt = m(dv/dt) dx/dt = m(dv/dt)v$$

Se consideriamo il tempo unitario allora $dt=1$ per cui

$$dE = mvdv = \mathbf{p}dv$$

L'energia cinetica è quindi l'integrale di tale valore che è definito a meno di una costante cioè

$$E_c = \int \mathbf{p}dv = \frac{1}{2} mv^2 + K_c$$

L'energia cinetica in genere è definita tra due valori di velocità per cui essa è data da

$$E_c = \int_{v_1}^{v_2} \mathbf{p}dv = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \left[\frac{1}{2} mv^2 \right]_{v_1}^{v_2}$$

Questa consuetudine porta in genere a trascurare la costante di integrazione e a definire l'energia cinetica come uno scalare, in realtà essa è legata al valore di una velocità e quindi è una grandezza vettoriale di cui di solito consideriamo il valore del modulo.

Questo è evidente quando facciamo una trasformazione di coordinate e cambiamo il nostro sistema di riferimento infatti l'energia cinetica di un proiettile esploso da un revolver sul treno ha una energia cinetica

$$E_c = \frac{1}{2} m(\mathbf{V} + \mathbf{V}_t)^2 = \frac{1}{2} m\mathbf{V}^2(1 + \mathbf{V}_t/\mathbf{V})^2 = \frac{1}{2} m\mathbf{V}^2 + \frac{1}{2} m\mathbf{V}_t^2 + m\mathbf{V}\mathbf{V}_t = E_c \alpha_+^2$$

L'espressione sopra ci mostra come l'energia cinetica di un proiettile esploso dal revolver sul treno in movimento non è la somma dell'energia cinetica del proiettile esploso sulla banchina ($\frac{1}{2} m\mathbf{V}^2$) più l'energia cinetica del proiettile fermo in canna nel treno in movimento ($\frac{1}{2} m\mathbf{V}_t^2$) ma vi è un ulteriore termine additivo ($m\mathbf{V}\mathbf{V}_t$) che rappresenta l'energia intrinseca al sistema di riferimento ed è collegata

alla costante di integrazione che non compare quando determiniamo l'energia cinetica in un sistema di riferimento S oppure S'.

Ogni sistema di riferimento inerziale quindi ha una energia intrinseca dovuta al suo stato di quiete o di moto. Questa energia è determinata a meno di una costante integrativa che può essere determinata solo in condizioni di quiete assoluta.

La considerazione precedente può essere estesa al caso generale in cui siano presenti campi gravitazionali, masse magnetiche e cariche elettriche.

Possiamo quindi formulare quello che chiameremo come il secondo principio di indeterminazione in questi termini “ *L'energia assoluta di un sistema di riferimento può essere determinata esclusivamente solo quando siamo in grado di conoscere le masse, le cariche elettriche ed i corpi magnetici che compongono l'universo* ” Naturalmente queste condizioni sono attualmente impossibili da determinare, tuttavia la formulazione del secondo principio di indeterminazione ci permette di adottare una metodologia che attraverso la correlazione dei vari sistemi di riferimento ci permette di allargare l'orizzonte della nostra conoscenza attraverso un processo iterativo.

L'espressione $dE = Fdx/dt = madx/dt$ può essere scritta come

$$dE = Fdx/dt = \mathbf{Fv} = m\mathbf{a}v = \mathbf{p}a = \mathbf{p}dv/dt$$

essendo la frequenza l'inverso del tempo abbiamo che $\nu = 1/dt$

$$dE = \mathbf{p}d\nu\nu = m\nu d\nu\nu$$

riprendendo il caso dei proiettili esplosi dal revolver sui due treni possiamo chiamare con

$$E_b = \int \mathbf{p}d\nu$$

L'energia cinetica del singolo proiettile per cui avremo che l'energia totale nell'unità di tempo trasferita dai proiettili esplosi sarà data dall'energia del singolo proiettile moltiplicata la frequenza con cui tali proiettili arrivano sul bersaglio e cioè

$$E = E_b \nu$$

Che è la stessa formula trovata da Plank nella quantizzazione del campo elettromagnetico.

La differenza fondamentale tra la meccanica classica e la teoria elettromagnetica è che mentre nel caso di corpi in movimento il principio di conservazione dell'energia (cinetica) comporta la possibilità di sommare le velocità per cui l'aumento delle distanze percorse fa sì che i tempi rimangano inalterati.

Nel caso della luce invece i tempi di percorrenza delle distanze risulta diverso perché le velocità non sono più sommabili.

8 - La formula di Einstein dell'energia

Una delle conseguenze più strabilianti che Einstein fa risalire alla sua teoria della relatività è la celebre equazione

$$E = mc^2$$

[Questa equazione era stata trovata precedentemente da Poincarè e da Olinto del Pretto del tutto indipendentemente dalla teoria della relatività.]

Questa formula, come d'altronde tutta la teoria della relatività ristretta è una diretta conseguenza della spiegazione dell'effetto fotoelettrico, ed infatti l'articolo che riguarda l'effetto fotoelettrico, quello che riguarda la relatività ristretta e quello che riguarda l'equivalenza tra la massa e l'energia vengono pubblicati nello stesso anno (1905).

Come già detto nella trattazione dell'effetto fotoelettrico Einstein abbraccia completamente la teoria della natura corpuscolare della luce, già ipotizzata da Newton, ed applica la meccanica classica alla trattazione del moto del fotone che identifica come la particella fondamentale della luce.

Egli accetta le equazioni di Maxwell che conducono alla definizione della velocità della luce come una costante universale, tuttavia per poter giustificare la natura corpuscolare della radiazione, e quindi ricondurre la sua trattazione all'interno della meccanica classica egli è costretto ad una completa ridefinizione dei concetti fondamentali di spazio e di tempo che da variabili indipendenti, assumono la funzione di variabili dipendenti dalla velocità del sistema di riferimento.

Abbiamo visto che il principio di relatività di Galileo è una diretta conseguenza del principio di conservazione dell'energia che Einstein utilizza ampiamente all'interno della sua teoria ma che è costretto ad abbandonare quando postula la costanza della velocità del fotone.

Vediamo con quale procedura Einstein ricava la sua formula.

Nel lavoro pubblicato il 30 giugno 1905 (on the electrodynamics of moving bodies), attraverso l'applicazione delle trasformazioni di Lorentz alle Equazioni di Maxwell-Hertz perviene alla relazione

$$W = mc^2 [\gamma - 1]$$

Cioè fa derivare la nota formula direttamente dalla sua teoria della relatività, assumendosene quindi direttamente la paternità con tutte le conseguenze ad essa correlate all'interno della sua teoria.

Il procedimento che egli utilizza, consiste nel riscrivere le equazioni di Maxwell-Hertz

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial X}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, & \frac{1}{c} \frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}, \\ \frac{1}{c} \frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}, & \frac{1}{c} \frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}, \\ \frac{1}{c} \frac{\partial Z}{\partial t} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}, & \frac{1}{c} \frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}, \end{aligned}$$

utilizzando un sistema di coordinate in movimento rettilineo uniforme lungo l'asse x con velocità v rispetto a quello fisso a cui ha applicato le trasformazioni di Lorentz trovate precedentemente. In tal modo perviene alle relazioni

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{c} \frac{\partial X}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \beta \left(N - \frac{v}{c} Y \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \beta \left(M + \frac{v}{c} Z \right) \right\}, \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \beta \left(Y - \frac{v}{c} N \right) \right\} &= \frac{\partial L}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \beta \left(N - \frac{v}{c} Y \right) \right\}, \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \beta \left(Z + \frac{v}{c} M \right) \right\} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \beta \left(M + \frac{v}{c} Z \right) \right\} - \frac{\partial L}{\partial \eta}, \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial L}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ \beta \left(Y - \frac{v}{c} N \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \beta \left(Z + \frac{v}{c} M \right) \right\}, \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \beta \left(M + \frac{v}{c} Z \right) \right\} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \beta \left(Z + \frac{v}{c} M \right) \right\} - \frac{\partial X}{\partial \zeta}, \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \beta \left(N - \frac{v}{c} Y \right) \right\} &= \frac{\partial X}{\partial \eta} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \beta \left(Y - \frac{v}{c} N \right) \right\},
 \end{aligned}$$

in cui si nota chiaramente che si perdono completamente le relazioni di ortogonalità tra il campo elettrico ed il campo magnetico vanificando in un certo qual modo tutto il lavoro di Maxwell e degli altri fisici che è rivolto a cercare le invarianze e non le covarianze, infatti la derivata rispetto al tempo della componente del campo elettrico X non dipende esclusivamente dalle componenti del campo magnetico N ed M ma anche dalle altre componenti del campo elettrico Y e Z.

Successivamente egli impone, per il principio di relatività, l'equivalenza formale di dette espressioni con quelle generiche espresse nel sistema di coordinate mobili

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{c} \frac{\partial X'}{\partial \tau} &= \frac{\partial N'}{\partial \eta} - \frac{\partial M'}{\partial \zeta}, & \frac{1}{c} \frac{\partial L'}{\partial \tau} &= \frac{\partial Y'}{\partial \zeta} - \frac{\partial Z'}{\partial \eta}, \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial Y'}{\partial \tau} &= \frac{\partial L'}{\partial \zeta} - \frac{\partial N'}{\partial \xi}, & \frac{1}{c} \frac{\partial M'}{\partial \tau} &= \frac{\partial Z'}{\partial \xi} - \frac{\partial X'}{\partial \zeta}, \\
 \frac{1}{c} \frac{\partial Z'}{\partial \tau} &= \frac{\partial M'}{\partial \xi} - \frac{\partial L'}{\partial \eta}, & \frac{1}{c} \frac{\partial N'}{\partial \tau} &= \frac{\partial X'}{\partial \eta} - \frac{\partial Y'}{\partial \xi}.
 \end{aligned}$$

sia nel passaggio dal sistema di riferimento fisso a quello mobile che nel processo inverso e perviene alle seguenti corrispondenze tra le componenti del campo elettromagnetico nei due sistemi

$$\begin{aligned}
 X' &= X, & L' &= L, \\
 Y' &= \beta \left(Y - \frac{v}{c} N \right), & M' &= \beta \left(M + \frac{v}{c} Z \right), \\
 Z' &= \beta \left(Z + \frac{v}{c} M \right), & N' &= \beta \left(N - \frac{v}{c} Y \right).
 \end{aligned}$$

In questo modo Einstein riesce a mantenere invariate le componenti del campo elettrico X e magnetico L lungo la direzione dello spostamento degli assi ma a causa delle proprietà del rotore vengono inevitabilmente rimescolate le altre quattro componenti del campo elettromagnetico Y, Z, M, N.

Le proprietà del rotore sono inoltre tali che la forza che agisce lungo l'asse di spostamento del sistema di coordinate è determinata anche dalle componenti del campo elettrico (e magnetico) perpendicolari a tale asse, tale considerazione viene del tutto ignorata da Einstein nella determinazione

dell'energia cinetica di un elettrone lungo l'asse di traslazione delle coordinate e comporta che la relazione

$$W = mc^2 [\gamma - 1],$$

che egli determina, sia non valida.

Nella successiva nota del 27 Settembre dello stesso anno, nonostante le affermazioni poste all'inizio, Einstein abbandona la strada delle equazioni di Maxwell per dimostrare la sua formula e prende in considerazione un corpo con energia E_0 posto all'origine O di un sistema a riposo S di assi cartesiani che emette nella direzione positiva e negativa dell'asse x due onde piane luminose uguali di energia ciascuna $\frac{1}{2} L$ se l'energia dopo l'emissione avrà il valore E_1 allora le tre quantità saranno, per il principio di conservazione dell'energia, legate dalla relazione:

$$E_0 = E_1 + \frac{1}{2} L + \frac{1}{2} L = E_1 + L$$

Se mettiamo infatti ad una certa distanza dall'origine degli assi, nella parte positiva e nella parte negativa dell'asse x due osservatori vediamo che essi registrano la stessa frequenza e quindi, per la relazione $E = hv$ la stessa energia.

A questo punto introduce un nuovo sistema di riferimento S' (aggiungiamo noi analogo al sistema S e cioè con i due osservatori messi nella stessa posizione) che è in moto uniforme lungo la direzione positiva dell'asse x con la velocità v , e vuole osservare il fenomeno di emissione appena descritto da questo nuovo sistema di riferimento. Chiamando H_0 ed H_1 i valori dell'energia in questo nuovo sistema di riferimento prima e dopo l'emissione abbiamo che:

$$H_0 = H_1 + \frac{1}{2} L(1 - v/c) + \frac{1}{2} L(1 + v/c) = H_1 + L$$

Il valore $\frac{1}{2} L(1 - v/c)$ può essere determinato dall'osservatore posto sull'asse positivo del sistema S' che misura la frequenza della luce proveniente da O (caso CB2 nel capitolo 5) ed analogamente per il valore $\frac{1}{2} L(1 + v/c)$ (caso CB1) .

Sottraendo le due espressioni abbiamo

$$H_0 - E_0 - (H_1 - E_1) = 0$$

Cioè come è ben noto dalla meccanica classica l'energia di un sistema è una grandezza invariante che non dipende dal sistema di riferimento (principio di conservazione dell'energia).

Il sistema che utilizza Einstein invece è quello di introdurre il fattore di normalizzazione γ derivato dalle trasformazioni di Lorentz che gli permette di mantenere costante la velocità della luce (considerata come particelle, cioè come fotoni) ma che non soddisfa il principio di conservazione dell'energia, infatti la precedente differenza, considerando l'energia cinetica, diventa diversa da zero cioè:

$$K_0 - K_1 = L(\gamma - 1) = L[1/(1 - v^2/c^2)^{1/2} - 1]$$

Che egli approssima al primo termine della sviluppo in serie

$$K_0 - K_1 = \frac{1}{2} L/c^2 v^2$$

La formula precedente è del tutto simile alla forma classica dell'energia cinetica, una volta posto che sia $m = L/c^2$ che lo porta a concludere che "If a body gives off the energy L in the form of radiation, its mass diminishes by L/c^2 so that we are led to the more general conclusion that the mass of a body is a measure of its energy-content.....".

Questa conclusione è viziata, oltre che dall'illecita introduzione del fattore di normalizzazione γ anche dalla constatazione che l'approssimazione adottata può avere significato solo per piccoli valori di v cioè quando siamo vicini al caso classico e quindi non c'è bisogno di γ mentre quando γ assume significato, cioè in condizioni relativistiche, l'approssimazione non è più valida. Quindi l'equazione $E=mc^2$ che egli ritiene di aver trovato tramite la teoria della relatività è valida solo nel caso classico, cioè quando la teoria della relatività non è necessaria.

Una successiva espressione di questa formula viene fornita da Einstein in un articolo divulgativo della relatività edito nel 1916 in cui inserisce la formula all'interno della definizione dell'energia di un corpo materiale

$$E = mc^2 \gamma = mc^2 (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Che fermata al secondo termine dell'espansione in serie binomiale da

$$E = mc^2 + 1/2 mv^2$$

Ci sono state altre derivazioni di questa famosa formula, prima della formulazione della teoria di Einstein (Olinto del Pretto e Poincaré) e successive ad essa Eric Baird ed altri. Il comune denominatore di tutte queste determinazioni, comprese quelle di Einstein, è costituito dal fatto che tutti considerano il fotone come una particella materiale dotata di un proprio momento della quantità di moto ed a cui applicano le leggi della meccanica classica. Osservata da questo punto di vista allora la derivazione della formula diventa banale, infatti se consideriamo un tubo metallico con al centro una carica esplosiva ed ai lati due proiettili di massa m ciascuno, dopo l'esplosione, per il principio di conservazione della quantità di moto e trascurando gli effetti di riscaldamento, l'energia liberata della reazione chimica che determina l'esplosione si trasforma nell'energia cinetica dei due proiettili per cui

$$E = 1/2 mv^2 + 1/2 mv^2 = mv^2$$

Se facciamo un analogo esperimento con una sostanza che emette fotoni essendo c la velocità della luce avremo

$$E = 1/2 mc^2 + 1/2 mc^2 = mc^2$$

La relazione $E=mv^2$ è in pratica quella che definisce la massa inerziale, cioè a parità di energia, la massa m è inversamente proporzionale al quadrato della velocità v^2 ; naturalmente se noi teniamo costante la velocità v per vari proiettili allora dovremmo fornire a ciascuno di essi una energia proporzionale alla sua massa. Cioè la massa m di un proiettile è quella che impedisce allo stesso di raggiungere una velocità infinita.

Per quanto riguarda il fotone invece dovremmo ammettere che la sua massa non sia di tipo inerziale perché la velocità della luce è costante e dovremmo associare ad ogni fotone di un diverso colore una massa proporzionale alla frequenza della radiazione collegata, cioè un fotone ultravioletto ($\lambda = 250$ nm) ha una massa doppia di un fotone giallo ($\lambda=500$ nm).

Noi sappiamo dalla meccanica quantistica che l'emissione di un fotone è dovuto alla transizione di un elettrone (che non varia la sua massa) da un livello atomico o molecolare a più alta energia ad un

livello ad energia minore, durante il processo di emissione vi è quindi una variazione di energia dell'atomo o della molecola in esame ma nessuna variazione della sua massa. L'emissione del fotone tuttavia è collegata allo spostamento di una particella carica, con una sua massa caratteristica, all'interno di un atomo o di una molecola, ma la sua propagazione nello spazio non comporta nessun trasferimento di massa (sia dal punto di vista sperimentale, che dal punto di vista teorico della meccanica quantistica) ma esclusivamente un trasferimento di energia dovuta alla variazione del momento di dipolo dell'atomo o della molecola secondo le leggi dell'elettrodinamica classica descritte dalle equazioni di Maxwell-Hertz.

Una riprova di quanto detto l'abbiamo se consideriamo un fotone nella zona del medio infrarosso, dove l'emissione è dovuta alle vibrazioni molecolari, cioè allo spostamento di nuclei atomici più o meno carichi elettricamente all'interno di una molecola. In questo caso è previsto teoricamente e confermato sperimentalmente che l'energia del fotone è inversamente proporzionale alla massa degli atomi che lo generano.

Se quindi non entriamo nel campo della fisica nucleare o della fisica delle alte energie l'espressione $E = mc^2$, ottenuta per illecita trasposizione dalla relazione $E = mv^2$, non ha nessun significato né nel campo fisico-sperimentale né nel campo teorico-filosofico-razionale.

La spiegazione dell'effetto fotoelettrico fornita da Einstein, che per altro è stata fondamentale per lo sviluppo della meccanica quantistica, ha cercato di ricondurre la teoria elettromagnetica nel campo della meccanica classica assegnando al fotone un momento di quantità di moto. In questa sua operazione egli era completamente in linea con l'opinione corrente della scienza a cavallo del XIX e XX secolo che aveva completamente abbandonato l'ipotesi dell' "etere luminifero" abbracciata da Maxwell e dallo stesso Lorentz nella formulazione della loro teoria elettromagnetica.

Questo abbandono era la conseguenza di una illecita interpretazione dell'esperimento interferometrico del 1887 compiuto da A. Michelson ed E. Morley che erano alla ricerca di un " effetto vento" determinato da quell' "etere" a cui era stata assegnata dai suoi sostenitori, a partire da Cartesio, una natura "materiale" cioè di un fluido più o meno denso composto da particelle di massa propria. L'interpretazione dell'effetto Doppler (acustico ed ottico) ci ha permesso nei precedenti capitoli di stabilire che l'esperimento interferometrico del 1887 non era in grado di stabilire nessun effetto di movimento del sistema di riferimento rispetto all'etere proprio per la ragione che sia l'emettitore di luce che il rivelatore avevano la stessa energia intrinseca perché si trovavano solidali con la superficie terrestre e perché, come ci mostra la meccanica quantistica, la natura dell' "etere luminifero" non è di tipo materiale come quello che trasmette le onde sonore ma esclusivamente di tipo energetico (potenziale), cioè di tipo elettromagnetico.

La nozione di campo elettromagnetico, come pure quella di campo gravitazionale, è oggi accettata da tutta la comunità scientifica senza per questo inficiare il valore del lavoro di Einstein sull'effetto fotoelettrico che va interpretato non attraverso la quantizzazione del campo elettromagnetico (che fra l'altro è smentita dallo stesso effetto Doppler in cui l'energia della radiazione, cioè del fotone, varia con continuità in funzione dell'energia intrinseca, cioè traslazionale, dell'apparato emettitore o rivelatore) ma attraverso la quantizzazione del processo atomico-molecolare che causa la variazione del dipolo atomico-molecolare che a sua volta causa la polarizzazione del campo elettromagnetico e si trasmette nello spazio attraverso le leggi dell'elettrodinamica.

Naturalmente questa trattazione non è completa perché manca tutta la parte della fisica nucleare dove sembra tra l'altro che l'equazione $E = mc^2$ abbia trovato le maggiori ed inconfutabili conferme; le energie in gioco nei processi di fissione e fusione nucleare sono estremamente più elevate e la natura ondulatoria delle radiazioni (alfa, beta ecc.) è più strettamente legata agli aspetti probabilistici che agli

aspetti elettromagnetici. La fisica nucleare quindi richiederebbe una trattazione a parte tuttavia quello che risulta dalla presente trattazione è che la formula $E = mc^2$, non è correlata con la teoria della relatività di Einstein e non ne costituisce una sua conferma.

9 - *Il dualismo onda - particella*

La fisica del XX secolo si è sviluppata prepotentemente all'insegna di questo binomio che ha costituito la chiave di volta su cui poggia l'intero edificio della meccanica quantistica che è alla base di tutte le maggiori scoperte del secolo scorso, dall'elettronica quantistica, la spettroscopia molecolare, la teoria dei laser, fino ad arrivare alla biologia molecolare ed alla genetica sperimentale.

L'interpretazione dell'effetto fotoelettrico fornita da Einstein e dell'emissione del corpo nero data da Planck hanno costituito la base ideale su cui si è sviluppata la meccanica quantistica in cui ad ogni particella elementare viene assegnata una natura ondulatoria in modo del tutto analogo a quello utilizzato nell'assegnare una natura corpuscolare ad una onda elettromagnetica.

Nei capitoli precedenti abbiamo visto che la quantizzazione, responsabile dell'effetto fotoelettrico e dell'emissione del corpo nero, riguarda il processo di formazione dell'energia radiante più che il campo elettromagnetico a cui compete esclusivamente il trasporto di tale energia secondo le regole dell'elettromagnetismo classico.

La costanza della velocità della luce nel vuoto è quindi attribuibile alle caratteristiche del campo elettromagnetico più che alla natura corpuscolare della radiazione elettromagnetica.

La visione dell'universo che deriva da questa trattazione è quindi completamente diversa da quella prospettata da Einstein nella sua teoria della relatività: in questa visione, la terra e gli altri pianeti, il sole e tutte le altre stelle sono immersi in un campo elettromagnetico conservativo determinato dalla distribuzione delle cariche elettromagnetiche sia di elettroni disaccoppiati con il loro momento di spin, sia di elettroni accoppiati con spin antiparallelo o dei nuclei, che sono parti costituenti di tutta la materia.

I fenomeni di emissione o di assorbimento della radiazione sono quindi collegati non alla entità del campo elettromagnetico nei vari punti dello spazio ma alla sua variazione nel tempo determinata dai fenomeni naturali od artificiali. La formazione o la variazione di un dipolo in un atomo od in una molecola comportano quindi una polarizzazione del campo elettromagnetico e di conseguenza una polarizzazione delle nuvole elettroniche che costituiscono la materia. I campi elettromagnetici sono quindi generati dalla materia ma non coincidono con la materia per cui ci possono essere campi elettromagnetici anche in porzioni di spazio in cui è assente la materia cioè dove si assume che l'indice di rifrazione sia uguale ad uno. In porzioni di spazio in cui è presente materia di una certa densità, ad esempio un gas od un vetro, aumenta l'interazione con le nuvole elettroniche degli atomi o delle molecole per cui si ha una diminuzione della velocità della luce.

La velocità della luce è quindi determinata dalla polarizzazione o dalla polarizzabilità degli elettroni che generano il campo stesso: nel vuoto essa raggiunge il valore massimo che è collegato con la velocità di spostamento degli elettroni e cioè con la loro massa inerziale.

Circuiti elettrici oscillanti determinano la formazione di dipoli elettromagnetici che generano onde elettromagnetiche, cioè di onde radio, che si propagano trasversalmente nello spazio, in questo caso la frequenza di vibrazione del dipolo è molto minore rispetto alla luce visibile, ma la velocità di propagazione rimane la stessa perché è legata non al generatore di onde ma alla polarizzabilità del generatore del campo, cioè agli elettroni.

Ritorna così in campo il concetto di etere così caro a Maxwell e Lorentz e abbandonato più di cento anni fa. Naturalmente non si tratta di un etere materiale come quello postulato da Cartesio, cioè di un cielo, od atmosfera, che si muove con il nostro mondo come gli altri cieli si muovono con il loro mondo ma di un campo conservativo, analogo al campo gravitazionale, generato anche esso dalla materia e che si muove con il nostro pianeta e con la nostra galassia.

Le leggi dell'elettrodinamica classica, di cui la costanza della velocità della luce nel vuoto è un elemento basilare, si occupa quindi delle modalità del trasporto di questi quanti di energia a cui non è associata nessuna massa e nessuna velocità propria ma solo di un vettore di propagazione perpendicolare ai vettori di oscillazione del campo elettrico e del campo magnetico senza nessuna necessità di orologi che rallentano o di regoli che si accorciano.

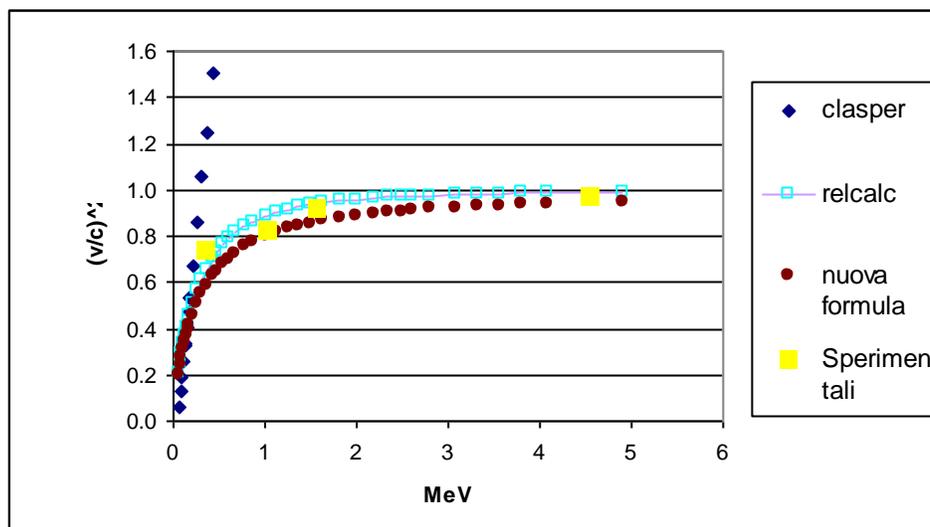
La questione che ora sorge è di vedere se abbandonando il postulato della natura corpuscolare della radiazione, siamo costretti ad abbandonare il postulato della natura ondulatoria delle particelle elementari, cioè se siamo costretti ad abbandonare la meccanica quantistica.

La meccanica quantistica nello studiare un sistema isolato, si basa sull'invarianza dell'energia del sistema in totale accordo con l'effetto Doppler contrariamente alla teoria di Einstein della relatività ristretta che poneva come costante universale, cioè come invariante, la velocità della luce intesa come somma di particelle (fotoni) dotate di massa e velocità propria.

Rinunciando ad una trattazione deterministica (e quindi classica) in base al principio di indeterminazione che prevede l'impossibilità per una particella elementare di procedere ad una misurazione della posizione senza alterarne l'energia, la meccanica quantistica indica con precisione i valori di energia possibili di un certo stato atomico limitandosi ad indicare, tramite la funzione d'onda, solo la probabilità di trovare la particella, ad esempio l'elettrone, in una data zona dello spazio.

Viene quindi abbandonata una trattazione deterministica per passare ad una trattazione probabilistica correlata al quadrato delle funzioni d'onda possibili per un certo sistema atomico o molecolare. La natura ondulatoria di una particella è legata quindi alla trattazione probabilistica delle equazioni del moto

Una delle prove portate a convalida della teoria della relatività ristretta è la misura effettuata nel lavoro di carattere didattico di W. Bertozzi all MIT nel 1963-64.



La curva a losanghe blu è il calcolo del rapporto $(v/c)^2$ con la formula classica dell'energia cinetica tenendo conto che $K = V \cdot e$ in cui V è il voltaggio applicato alle piastre di accelerazione dell'elettrone ed e è la carica dell'elettrone

$$\text{Nonrelativistic} \\ K = \frac{1}{2}mv^2$$

la curva a quadrati vuoti è calcolata con la formula relativistica di Einstein

$$\text{Relativistic} \\ K = mc^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - 1 \right]$$

I quadrati gialli sono i valori sperimentali che come si vede sono ben fittati dalla curva relativistica.

I pallini marroni che hanno lo stesso andamento della curva relativistica anche se fittano meno bene i dati sperimentali sono ottenuti da una nuova relazione di tipo classico in cui si tiene conto del fatto che l'elettrone in movimento provoca un campo magnetico indotto che agisce in modo da annullare l'effetto del campo elettrico che provoca l'accelerazione dell'elettrone stesso. L'elettrone cioè si trova immerso in un campo elettromagnetico locale che agisce da schermo all'azione del campo elettrico agente. L'intensità del campo elettromagnetico indotto che scherma in un certo qual modo la carica dell'elettrone è proporzionale alla variazione nel tempo del flusso del campo generato dall'elettrone in movimento flusso che cambia con il quadrato della distanza infatti

$$E' = -L \, d\Phi/dt$$

Possiamo quindi scrivere in queste condizioni che

$$K = Ee(1 - v^2/c^2)$$

perché quando l'elettrone raggiunge la velocità della luce (od è molto vicino) egli crea un campo magnetico che scherma totalmente o quasi la sua carica per cui cessa l'interazione elettrostatica e procede nel moto solo in virtù della legge di inerzia. Ne consegue quindi la relazione

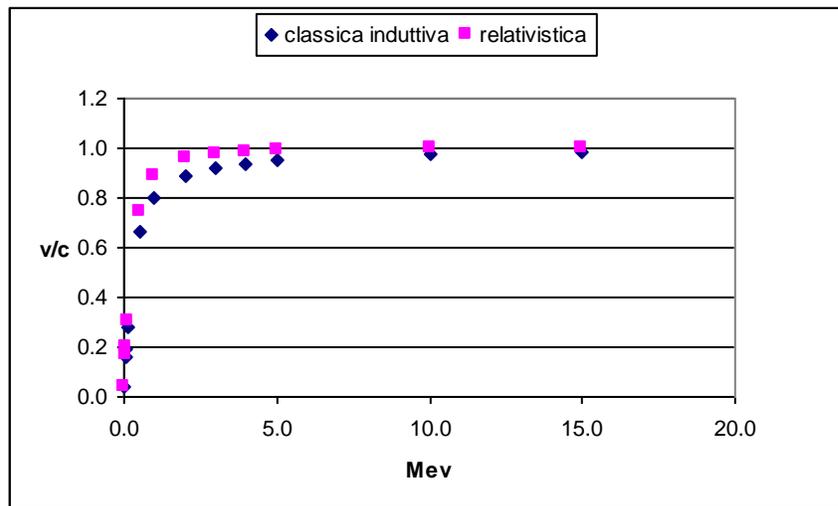
$$Ee(1 - v^2/c^2) = \frac{1}{2}mv^2$$

Da cui si ricava

$$v^2/c^2 = Ee/(Ee + \frac{1}{2}mc^2) = E/(E + 0.2558) \text{ MeV}$$

che è la relazione plottata in figura.

Le discrepanze del fit potrebbero essere giustificate in termini strumentali, questo dimostra che il fenomeno osservato da Bertozzi può essere spiegato senza nessuna necessità di ricorrere alla teoria di Einstein della relatività ristretta affidandosi esclusivamente alla meccanica ed alla elettrodinamica classica.



Come si vede il valore c/v trovato dalla teoria relativistica di Einstein è leggermente diverso da quello trovato da noi ma per basse ed alte energie le due curve coincidono.

Questa spiegazione giustifica anche il fatto che la velocità della luce è una velocità limite perché corrisponde alla massima velocità inerziale raggiungibile dalla particella di più piccole dimensioni oggi conosciuta e collega la velocità della luce alla velocità di spostamento inerziale dell'elettrone come avevamo ipotizzato in precedenza.

Rimane ancora da spiegare la relazione che de Broglie ha ricavato per via relativistica e cioè

$$\lambda = h/p$$

in cui h è la costante di Planck, $p = mv$ è il momento meccanico della particella e λ è la lunghezza d'onda dell'onda collegata alla particella.

Questa equazione è fondamentale per la spiegazione della diffrazione elettronica e dei neutroni, ed in generale per la definizione della meccanica quantistica, ma come vedremo essa può essere derivata indipendentemente dalla teoria della relatività.

Come punto di partenza possiamo considerare l'effetto fotoelettrico in cui l'energia cinetica dell'elettrone espulso E_c è uguale alla energia incidente della radiazione elettromagnetica E_i meno una energia di soglia che è legata alle caratteristiche del materiale E_s e corrisponde alla transizione di un elettrone dalla sua orbita sino al livello di ionizzazione, per cui

$$E_c = E_i - E_s$$

ossia $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = h\nu_i - h\nu_s = h\nu$ con $v = v_i - v_s$

ovvero $h\nu = \frac{1}{2} m v^2$

se immaginiamo un processo in cui due elettroni vengono espulsi nella stessa direzione, cioè lungo la stessa linea ma con verso opposto allora abbiamo che

$$h\nu = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 = m v^2$$

una obiezione potrebbe essere avanzata se consideriamo il fatto che per espellere due elettroni occorrono due fotoni e che è difficilmente realizzabile un dispositivo che emette due fotoni nella stessa direzione ma con verso opposto.

Questo non comporta nessuna difficoltà per il nostro discorso perché possiamo tirare in ballo il principio della conservazione della quantità di moto, cioè del momento, infatti la quantità di moto determinata dal processo di espulsione dell'elettrone in una certa direzione ed in certo verso corrisponde a una quantità di moto perfettamente uguale che provoca lo spostamento del supporto materiale su cui è fissato il materiale fotosensibile, come dimostrato da simpatici soprammobili che ruotano quando illuminati da una luce.

Dall'espressione $h\nu = mv^2$ ricaviamo $m = h\nu/v^2$ ed ammettiamo, secondo l'ipotesi di de Broglie che tale espressione valga per qualsiasi onda: quindi possiamo sostituire $m = h\nu/v^2$ nell'espressione $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ ottenendo

$$\mathbf{p} = h\nu\mathbf{v}/v^2 = h\mathbf{v}/v$$

ma noi sappiamo che per qualsiasi onda vale la relazione che $v = \lambda\nu$ per cui sostituendo $\nu = v/\lambda$ si ha

$$\mathbf{p} = h\mathbf{v}/\lambda$$

da cui

$$\lambda = h/\mathbf{p} = h/mv$$

che è l'equazione di de Broglie ricavata indipendentemente dalla teoria della relatività e che rimane valida con tutte le sue implicazioni.

Nel caso degli elettroni abbiamo che $\lambda = \sqrt{150/V}$

con V espresso in volts e λ in Angstrom. Nel caso di neutroni che hanno una massa 1836 volte quella dell'elettrone la relazione diventa

$$\lambda = \sqrt{150/(1836V)}.$$

La teoria della relatività di Einstein non ha quindi nessuna rilevanza nella meccanica quantistica e ciò spiega forse il suo scetticismo nei confronti della quantomeccanica quando affermava " Dio non gioca a dadi con l'universo".

10 - Conclusioni

La prima importante implicazione di questo lavoro è l'abbandono di una qual sorta di relativismo dogmatico in cui vengono abbandonati i concetti di spazio e di tempo, su cui si basa il concetto di velocità, per poter trattare con la meccanica classica il moto di un fotone, inteso come particella dotata di massa e di velocità propria. In pratica il postulato della costanza della velocità della luce (dimostrato sperimentalmente) ed il *principio di relatività galileiano* (se K' è un sistema di coordinate che si muove, rispetto a K , uniforme e senza rotazione, allora i fenomeni naturali si svolgono rispetto a K' secondo le stesse precise regole generali come rispetto a K) risultano incompatibili in una trattazione classica del moto. Il processo di rinormalizzazione che Einstein opera attraverso le trasformazioni di Lorentz comporta, per poter salvaguardare il *principio di relatività galileiano*, una ridefinizione e quindi una relativizzazione degli spazi e dei tempi in dipendenza del sistema di coordinate.

Questo procedimento, esteso da Einstein alle forze gravitazionali nella teoria generale della relatività ha portato, soprattutto in campo cosmologico, ad una trattazione in cui i buchi neri, la materia oscura e l'energia oscura la fanno da padrone con un peso maggiore al 95% dell'intero universo connotandola più come scienza occulta che come scienza razionale. Nessun essere razionale potrebbe mai dar fiducia ad un amministratore che è in grado di render conto di meno del 5% del patrimonio amministrato considerandolo od un incompetente od un intrigante.

La seconda implicazione è dovuta alla constatazione che il *principio di relatività galileiano* è in realtà una conseguenza del principio di conservazione dell'energia (o della quantità di moto) e quindi all'introduzione dell' *energia intrinseca* al sistema di riferimento. Questo concetto era sinora estraneo alla meccanica classica soprattutto in virtù del fatto che il metodo riduzionistico assumeva implicitamente una sorta di neutralità dell'osservatore del fenomeno in modo da garantire l'oggettività dell'osservazione che doveva essere indipendente da colui che l'osservava e dall'orientazione e dal tipo di sistema di coordinate che egli sceglieva. Cioè si ammetteva implicitamente che la presenza dell'osservatore non doveva influenzare l'andamento della misura.

Tutta la scienza sperimentale e teorica sino agli inizi degli anni venti del secolo scorso si era sviluppata sul nostro pianeta terra e quindi non vi era nessuna evidenza esplicita dell'energia intrinseca del sistema di riferimento e del ruolo dell'osservatore nel determinare le leggi del moto. Il primo caso in cui ci siamo resi conto che è impossibile tener fuori l'osservatore dal processo di misura quindi prescindere dall'apparato di rivelazione è nello studio di particelle a livello atomico e molecolare per cui è stato necessario introdurre il principio di indeterminazione di Heisenberg che ha portato la trattazione dei fenomeni di particelle submicroscopiche in una dimensione probabilistica senza peraltro richiedere nessun sacrificio per quanto riguardo il problema dell'oggettività.

L'analisi dell'effetto doppler acustico ed ottico ci ha mostrato come il risultato della misura è determinato dallo stato dinamico e quindi dall'energia intrinseca , cinetica e potenziale, dell'apparato che genera il fenomeno e dell'apparato che costituisce il sistema di rilevazione.

Anche in questo caso non vi è nessuna deroga al criterio di oggettività che anzi viene salvaguardato attraverso una corretta correlazione tra i vari sistemi di riferimento che si possono utilizzare.

E' proprio la mancanza di questa corretta correlazione che ha portato erroneamente Einstein a simulare un campo gravitazionale con il moto uniformemente accelerato di un ascensore ed a sviluppare la sua teoria della relatività generale.

L'uomo quindi, con i suoi apparati di misura e con i suoi sistemi di riferimento interni ed esterni viene reintrodotta all'interno del fenomeno fisico da cui si era autoescluso ritenendosi un osservatore esterno e neutrale senza peraltro rinunciare al criterio di oggettività che viene garantito con la determinazione dei processi di correlazione fra i vari sistemi di riferimento e quindi tra i vari sistemi di misura ed in ultima analisi tra i vari individui.

Sulla base di queste deduzioni possiamo enunciare quello che potremmo definire come "principio antropometrico" e cioè che "*per obbedire al criterio di oggettività, ogni fenomeno fisico deve essere indipendente dallo stato dell'osservatore, ma la rappresentazione matematica di tale fenomeno non può prescindere dallo 'stato' dell'osservatore che deve pertanto essere esplicitato nella fase di determinazione*".

Ma all'interno dell'universo in cui ogni cosa è in movimento ed è soggetta a forze gravitazionali ed elettromagnetiche la determinazione dell'energia intrinseca di un sistema di riferimento sarà possibile solo quando saremo in grado di conoscere l'entità, la posizione e la dinamica di tutte le masse e le cariche elettriche ed i corpi magnetici che lo compongono.

Possiamo cioè enunciare quello che possiamo chiamare come secondo principio di indeterminazione o "principio di indeterminazione macroscopico" e cioè: "*L'energia assoluta di un sistema di riferimento può essere determinata esclusivamente solo quando siamo in grado di conoscere le masse, le cariche elettriche ed i corpi magnetici che compongono l'universo*".

Ma come il principio di indeterminazione di Heisenberg non ha costituito nessuna limitazione per la conoscenza del mondo sub microscopico, così il secondo principio di indeterminazione non lo costituisce per il mondo macroscopico, basta infatti che il fenomeno e l'osservatore appartengano allo stesso sistema di riferimento od a sistemi di riferimento correlabili senza nessuna necessità di conoscerne la loro energia intrinseca assoluta.

Possiamo quindi definire l'universo in termini di due campi conservativi e cioè di un campo elettromagnetico, definito dalle equazioni di Maxwell-Hertz e di un campo dinamico-gravitazionale descritto dalle equazioni della dinamica classica in cui i fenomeni naturali vengono definiti non in termini dei valori assoluti di questi campi ma delle variazioni che tali fenomeni comportano su di essi.

Questa rappresentazione dell'universo in termini di "campi conservativi" permette di definire il concetto di "energia intrinseca" di cui abbiamo parlato in relazione ai vari sistemi di riferimento. L'energia intrinseca quindi assume la connotazione di una grandezza di stato che è determinata dall'insieme delle forze che agiscono su di un oggetto o su di un rivelatore, siano esse di natura elettromagnetica, o di natura gravitazionale o di natura cinetica; energia intrinseca che si aggiunge all'energia interna dell'oggetto, cioè a quella delle forze molecolari, atomiche e nucleari.

Il problema della velocità dell'azione a distanza, che ha angustiato gli scienziati ed i ricercatori nei secoli scorsi viene quindi del tutto superato in tale visione in cui l'azione è trasmessa attraverso la variazione dei campi (elettromagnetici o dinamico-gravitazionali) che avviene con la velocità con cui si spostano gli oggetti (cariche o masse) che li determinano.